

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	1
I. MATHIEUSche Funktionen. Historisches	1
II. Sphäroidfunktionen. Historisches.	3
III. Anwendungen der MATHIEU- und Sphäroidfunktionen.	5
IV. Zur Darstellung	6
V. Beschränkungen	9
VI. Zur Bezeichnung	10
1. Grundlagen	14
1.1. Die Separation der Schwingungsgleichung in elliptischen Koordinaten und ihren Grenzfällen	14
1.11. grad, div, Δ und rot in orthogonalen Koordinatensystemen	14
1.12. Die elliptischen Koordinaten und ihre Grenzfälle	17
1.13. Separation von $\Delta u + k^2 u = 0$	30
1.2. Aus der Theorie der ganzen Funktionen endlicher Ordnung	37
1.21. Definition. Einfache Folgerungen	37
1.22. Zwei Beispiele	39
1.23. Ganze Funktionen ohne Nullstellen	40
1.24. Die Wachstumsgeschwindigkeit der Nullstellen	41
1.25. Unendliche Produkte	42
1.26. Hilfssatz	44
1.27. Ganze Funktionen der Ordnung $\alpha < \frac{1}{2}$	44
1.28. Abschätzung nach unten und Produktentwicklung	46
1.29. Ganze Funktionen mehrerer Veränderlicher	47
1.3. Über Parameterabhängigkeit bei gewöhnlichen linearen Differential- gleichungen	48
1.4. Über Eigenwertprobleme mit einem Parameter	52
1.41. Voraussetzungen und Vorbemerkungen	52
1.42. Einfache Folgerungen	55
1.43. Der Operator A	56
1.44. Resolventenoperator und Existenz von Eigenwerten	57
1.45. Hauptergebnisse	59
1.5. Eigenwertprobleme mit zwei Parametern. I	62
1.51. Eigenwertaufgabe. Voraussetzungen.	62
1.52. Die Funktionen $\lambda_n(\mu)$	63
1.53. Selbstdjungierte Probleme	66
1.6. Eigenwertprobleme mit zwei Parametern. II	72
1.61. Voraussetzungen. Vorbemerkungen	72
1.62. Die Systeme von Eigenlösungen $\hat{y}_n(\mu), \hat{y}_n^*(\bar{\mu}), y_n(\mu), y_n^*(\bar{\mu})$	75
1.63. Der Operator $R(\lambda, \mu)$	78
1.64. Äquikonvergenzsätze	80
1.65. Asymptotische Formeln für große n	81

	Seite
1.7. Eigenwertprobleme mit zwei Parametern. III	82
1.8. Über dreigliedrige lineare Rekursionen	89
1.9. Eine Verallgemeinerung der HANKELSchen asymptotischen Reihen . .	93
1.91. Die HANKELSchen asymptotischen Reihen der Zylinderfunk- tionen	93
1.92. Asymptotisches Verhalten von Reihen nach Zylinderfunktionen	95
1.93. Zusatzbemerkungen. Verallgemeinerungen	97
2. MATHIEUSche Funktionen	98
2.1. Die MATHIEUSche Differentialgleichung. Allgemeines	98
2.11. Natur der Lösungen	98
2.12. Das Fundamentalsystem y_I, y_{II}	99
2.13. Der charakteristische Exponent. FLOUQUETSche Lösungen.	101
2.14. Die inhomogene MATHIEUSche Differentialgleichung	103
2.2. Die Funktionen $\lambda_\nu(h^2)$ und $me_\nu(z; h^2)$	105
2.21. FOURIER-Entwicklung der FLOUQUETSchen Lösungen. Eindeutig- keitssatz.	105
2.22. Die Funktionen $\lambda_\nu(h^2), a_m(h^2), b_m(h^2)$	107
2.23. Die Funktionen $me_\nu(z; h^2), ce_\nu(z; h^2), se_\nu(z; h^2)$	111
2.24. Kettenbruchgleichungen zwischen λ, h^2, ν	117
2.25. Potenzreihenentwicklungen um $h^2 = 0$	119
2.26. Asymptotische Formeln für große ν	125
2.27. Produkt- und Partialbruchformeln für $\cos \nu \pi$	125
2.28. Entwicklungssätze	127
2.29. Die modifizierten MATHIEUSchen Funktionen Me_ν, Ce_ν, Se_ν	130
2.3. Die Stabilitätskarte. Charakteristische Kurven	131
2.31. Die Stabilitätskarte. Allgemeines	131
2.32. Die charakteristischen Kurven zu reellem ν	132
2.33. Asymptotik für große reelle h^2	134
2.34. WANNIER-Funktionen	145
2.35. Eigenwertpaare auf Geraden der Stabilitätskarte	148
2.36. Produktrelationen	159
2.37. Über den Verlauf von $\cos \pi \nu$	160
2.38. Näherungsformeln für die instabilen Gebiete	162
2.39. Über die charakteristischen Kurven $\lambda_\nu(h^2)$ ($\nu^2 < 0$)	165
2.4. Die Funktionen $M_\nu^{(j)}(z; h)$	165
2.41. Definition	165
2.42. Haupteigenschaften	169
2.5. Das Additionstheorem	171
2.51. Grundgedanken	171
2.52. Hilfssätze	172
2.53. Die Integralrelation	174
2.54. Das Additionstheorem.	176
2.6. Weitere Reihenentwicklungen und Integralrelationen	176
2.61. Entwicklung von elliptischen Zylinderwellen nach Kreiszyliner- wellen.	176
2.62. Entwicklungen von MATHIEUSchen Funktionen nach Zylinder- funktionen.	177
2.63. Asymptotische Reihen	178
2.64. Entwicklungen von MATHIEUSchen Funktionen nach Produkten von BESSEL- und Zylinderfunktionen	180

2.65.	Verknüpfungsrelationen (ν nicht ganz)	181
2.66.	Entwicklung von Kreiszyylinderwellen nach elliptischen Zylinderwellen. Zugehörige Integralrelationen	182
2.67.	Die Entwicklungen der trigonometrischen Funktionen nach MATHEUSCHEN Funktionen	183
2.68.	Entwicklungen ebener Wellen nach elliptischen Zylinderwellen. Zugehörige Integralrelationen	184
2.7.	Die Funktionen ganzer Ordnung	187
2.71.	Die Funktionen $ce_m(z; h^2)$, $se_m(z; h^2)$	187
2.72.	Die Funktionen zweiter Art: $fe_m(z; h^2)$, $ge_m(z; h^2)$	189
2.73.	Die modifizierten Funktionen ganzer Ordnung Ce_m , Se_m , Fe_m , Ge_m	195
2.74.	Spezielle Werte der Funktionen ganzer Ordnung	197
2.75.	Die Funktionen $Mc_m^{(j)}(z; h)$, $Ms_m^{(j)}(z; h)$	200
2.76.	Verknüpfungsrelationen	204
2.8.	Ergänzungen	206
2.81.	Die Nullstellen der Funktionen ce_m , se_m (h^2 reell)	206
2.82.	Integralbeziehungen mit variablen Grenzen	207
2.83.	Integrale über Produkte MATHEUSCHER Funktionen	208
2.84.	Zur Parametersymptotik der MATHEUSCHEN Funktionen	209
2.85.	Näherungsformeln für die Nullstellen der MATHEUSCHEN Funktionen	211
2.86.	Tafeln der Eigenwerte und Entwicklungskoeffizienten	213
2.87.	Numerische Berechnung von Eigenwerten, Entwicklungskoeffizienten und charakteristischen Exponenten	215
2.88.	Eine spezielle inhomogene MATHEUSCHE Differentialgleichung	219
3.	Sphäroidfunktionen	221
3.1.	Die Sphäroiddifferentialgleichung. Allgemeines	221
3.11.	Natur der Lösungen	221
3.12.	Die singulären Stellen $+1$, -1	222
3.13.	Die singuläre Stelle ∞ . Der charakteristische Exponent ν	225
3.14.	Transformationen der Sphäroiddifferentialgleichung	227
3.2.	Die Sphäroidfunktionen $ps_n^m(z; \gamma^2)$	230
3.21.	Die Eigenwertprobleme für die Funktionen ganzer Ordnung und ganzen Grades	230
3.22.	Die charakteristischen Kurven $\lambda_n^m(\gamma^2)$	235
3.23.	Die Funktionen $ps_n^m(z; \gamma^2)$	237
3.24.	Potenzreihenentwicklungen um $z=0$ und um $\gamma^2=0$	238
3.25.	Asymptotische Reihen für große reelle γ^2	240
3.3.	Über Zylinder- und Kugelfunktionen	247
3.31.	Entwicklung analytischer Funktionen in Reihen nach BESSEL-Funktionen $J_{\nu+2r}(z)$	247
3.32.	Integralbeziehungen zwischen Zylinder- und Kugelfunktionen	251
3.33.	Entwicklung analytischer Funktionen in Reihen nach Kugelfunktionen $\tilde{Q}_{\nu+2r}^\mu(z)$	256
3.4.	Der charakteristische Exponent ν	260
3.41.	LAURENT-Entwicklungen um $z = \infty$	260
3.42.	Gleichungen zwischen λ , γ^2 , μ^2 , ν	264
3.5.	Die Funktionen $\lambda_\nu^\mu(\gamma^2)$ und $\tilde{Q}_\nu^\mu(z; \gamma^2)$ [$\nu \equiv \frac{1}{2} \pmod{1}$]	266
3.51.	Gedankengang	266

	Seite
3.52. Zusammenhang mit 1.7.	267
3.53. Die Funktionen $\lambda_\nu^\mu(\gamma^2)$	268
3.54. Die Funktionen $\tilde{Q}_\nu^\mu(z; \gamma^2)$ [$\nu \equiv \frac{1}{2} \pmod{1}$]	276
3.6. Die Funktionen Ps_ν^μ , Qs_ν^μ , ps_ν^μ , qs_ν^μ und $S_\nu^{\mu(j)}$ [$\nu \equiv \frac{1}{2} \pmod{1}$].	283
3.61. Definition der Funktionen Ps_ν^μ , Qs_ν^μ , ps_ν^μ , qs_ν^μ	283
3.62. Reihenentwicklungen nach Kugelfunktionen	283
3.63. Haupteigenschaften der Funktionen Ps , Qs , ps , qs	286
3.64. Definition der Funktionen $S_\nu^{\mu(j)}(z; \gamma)$	289
3.65. Haupteigenschaften der Funktionen $S_\nu^{\mu(j)}$	292
3.66. Verknüpfungsrelationen	295
3.7. Ein Additionstheorem	300
3.71. Gedankengang	300
3.72. Hilfssätze	301
3.73. Eine Integralrelation	303
3.74. Additionstheorem.	304
3.8. Weitere Reihenentwicklungen und Integralrelationen	306
3.81. Entwicklung von Sphäroidwellen nach Kugelwellen	306
3.82. Folgerungen: Reihen für Sphäroidfunktionen.	307
3.83. Entwicklung von Kugelwellen nach Sphäroidwellen. Zugehörige Integralrelationen	310
3.84. Weitere Integralrelationen. Entwicklung von Zylinderwellen und ebenen Wellen	313
3.85. Transformation von Reihenentwicklungen	315
3.9. Ergänzungen	316
3.91. Formeln zur γ -Asymptotik der Sphäroidfunktionen	316
3.92. Nullstellen der Sphäroidfunktionen	319
3.93. Numerische Methoden	321
3.94. Tabellen	322
4. Anwendungen der MATHIEUSCHEN Funktionen und der Sphäroidfunktionen	324
4.1. Mechanische und elektrische Schwingungen mit periodisch veränder- lichen Parametern	324
4.11. Allgemeine Bemerkungen	324
4.12. Das Pendel mit oszillierendem Aufhängepunkt	326
4.13. Verwandte Probleme	329
4.14. Die schwingende unrunde Welle	330
4.15. Die schwingende Saite mit harmonisch veränderlicher Spannung	331
4.16. Biegeschwingungen eines Stabes mit pulsierender Axiallast.	333
4.2. Systeme mit räumlich periodischer Struktur	335
4.21. Die Saite mit periodischer Massenverteilung	335
4.22. Ein Knicklastproblem	337
4.23. Das stark fokussierende Synchrotron	338
4.3. Mechanische und akustische Eigenschwingungen	343
4.31. Schwingungen einer elliptischen Membran	343
4.32. Eigenschwingungen von festen elastischen Körpern	349
4.33. Akustische Eigenschwingungen und akustische Hohlleiter	351
4.34. Hohlraumresonator mit Wandabsorption	354
4.4. Elektromagnetische Eigenschwingungen	356
4.41. Zeitlich periodische Lösungen der MAXWELLSCHEN Gleichungen	356
4.42. Elektromagnetische Eigenschwingungen im elliptischen Zylinder	359

4.43. Elektromagnetische Eigenschwingungen in rotationselliptischen Hohlräumen	361
4.44. Gekoppelte Schwingungen zweier halbellipsoidischer Hohlräume	361
4.45. Hohlleiter von elliptischem Querschnitt	363
4.5. Abstrahlungsprobleme	365
4.51. Allgemeine Bemerkungen	365
4.52. Das Schallfeld der Kolbenmembran	366
4.53. Rotationsellipsoidische Ringschlitzantennen	368
4.54. Erzwungene elektromagnetische Schwingungen im Rotationsellipsoid	370
4.6. Beugungsprobleme	370
4.61. Allgemeine Bemerkungen	370
4.62. Die Beugung einer ebenen Schallwelle am schallharten Rotationsellipsoid	371
4.63. Die RAYLEIGHsche Scheibe	374
4.64. Die Beugung elektromagnetischer Dipolwellen an der vollkommen leitenden Kreisscheibe	375
4.65. Beugungsprobleme mit solenoidalen elektromagnetischen Feldern	380
4.7. Wellenmechanische Probleme	381
4.71. Zur Elektronentheorie der Metalle	381
4.72. Das mathematische Pendel in der Quantenmechanik	386
4.73. Der gehemmte symmetrische Rotator	387
4.74. Gehemmte innere Rotationen von Molekülen	389
Literaturverzeichnis	393
Verzeichnis der wichtigsten Funktionssymbole	409
Namen- und Sachverzeichnis	411