

TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
PRÉFACE, par M. Henri VILLAT.....	V
AVERTISSEMENT RELATIF AUX NOTATIONS.....	VII
INTRODUCTION ET VUE D'ENSEMBLE.....	IX

CHAPITRE I.

*Introduction de l'équation différentielle associée de Legendre,
en Physique mathématique.
Les polynômes de Legendre et les fonctions de seconde espèce,
d'indice entier, positif ou nul.*

1. Séparation des variables, en coordonnées curvilignes rectangulaires, pour l'équation de propagation des ondes.....	1
2. Cas des coordonnées sphériques.....	4
3. L'équation de Legendre. Cas particulier où n est entier, positif ou nul...	6
4. Développements où interviennent les polynômes de Legendre.....	9
5. Formule de Rodrigues.....	12
6. Développements divers exprimant les polynômes de Legendre.....	13
7. Intégrales représentant les polynômes de Legendre.....	18
8. Relations de récurrence entre les polynômes de Legendre successifs et leurs dérivées premières. Première formule sommatoire de Christoffel.....	19
9. Propriétés des intégrales définies des polynômes de Legendre. Orthogonalité..	20
10. Les racines de $P_n(\mu) = 0$	23
11. Le développement d'une fonction en une série de polynômes de Legendre...	24
12. Définitions et expressions des fonctions $Q_n(\mu)$ dans tout le plan μ complexe.....	30
13. Formules donnant $Q_n(\mu)$, analogues à celle de Rodrigues pour $P_n(\mu)$	37
14. Intégrales et développements en séries divers représentant les fonctions Q_n ...	41
15. Relations de récurrence entre les fonctions Q_n . Seconde formule sommatoire de Christoffel.....	47
16. Valeurs simples d'intégrales définies où interviennent les fonctions Q_n ...	49
17. Expressions diverses des fonctions Q_n	52
18. Relations entre les fonctions de première et de seconde espèces.....	56
19. Les racines de l'équation $Q_n(\mu) = 0$	58
20. Développements en séries de Legendre, dans les coefficients desquels interviennent les fonctions Q_n . Les fonctions développées sont alors analytiques.....	59

CHAPITRE II.

Les fonctions associées de Legendre, $P_n^m(\mu)$ et $Q_n^m(\mu)$, pour n et m entiers, $n \geq 0$.

	Pages.
21. L'équation associée de Legendre. Définitions.....	65
22. Fonctions génératrices des séries entières dont les coefficients sont $P_n^m(\cos \theta)$ et $P_n^{-m}(\cos \theta)$. Expressions qui s'en déduisent pour ces dernières fonctions.	71
23. Expressions des fonctions de première espèce, $P_n^m(\mu)$, $P_n^m(\cos \theta)$, $P_n^{-m}(\mu)$, $P_n^{-m}(\cos \theta)$, sous forme de développements limités.....	73
24. Les racines de $P_n^m(\mu) = 0$ ou de $P_n^m(\cos \theta) = 0$	87
25. Extensions de la formule de Rodrigues à $P_n^m(\mu)$, $P_n^m(\cos \theta)$, $P_n^{-m}(\mu)$ et $P_n^{-m}(\cos \theta)$	88
26. Développements de $(\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 1} \cos \varphi)^n$ en série limitée de fonctions $P_n^m(\mu) \cos m\varphi$ et de $(\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 1} \cos \varphi)^{-n-1}$ en série infinie de fonctions $P_n^m(\mu) \cos m\varphi$ et $P_n^{-m}(-\mu) \cos m\varphi$	91
27. Intégrales représentant les fonctions associées de première espèce.....	96
28. Relations de récurrence entre les fonctions associées de première espèce successives et leurs dérivées premières. Extension de la première formule sommatoire de Christoffel.....	98
29. Propriétés des intégrales définies des fonctions associées de première espèce. Fonctions normalisées et fonctions d'Adolf Schmidt.....	103
30. Formule d'addition des polynômes de Legendre.....	108
30 bis. Application de la formule d'addition (57 bis) : calcul d'une intégrale contenant la fonction de Bessel J_0 et le polynôme P_n	111
31. Définitions et expressions des fonctions $Q_n^m(\mu)$ dans tout le plan μ complexe.....	112
32. Formules du type de celle de Rodrigues, exprimant $Q_n^m(\mu)$ et $Q_n^m(\cos \theta)$...	117
33. Développements de $P_n^m(\mu)$, $Q_n^m(\mu)$ et $P_n^{-m}(\mu)$, suivant les puissances entières de $\mu - \sqrt{\mu^2 - 1}$. Développements de $P_n^m(\cos \theta)$, $P_n^{-m}(\cos \theta)$ et $Q_n^m(\cos \theta)$, suivant les cosinus des arcs multiples de θ	120
34. Intégrales définies représentant les fonctions Q_n^m	128
35. Relations de récurrence entre les fonctions de seconde espèce successives et leurs dérivées premières.....	133
35 bis. Développements de $[\mu + \sqrt{\mu^2 - 1} \operatorname{ch}(u \pm i\varphi)]^{-n-1}$, pour u assez petit, en série infinie de fonctions $P_n^m(\mu) \operatorname{ch} m(u \pm i\varphi)$ et, pour u assez grand, en série infinie de fonctions $Q_n^m(\mu) e^{-m(u \pm i\varphi)}$. Expressions qui s'en déduisent pour $Q_n^m(\mu)$, $n + 1 \leq m$, sous forme de fonctions algébriques de $\frac{\mu - 1}{\mu + 1}$, de $\mu - 1$ ou de $\mu + 1$. Valeurs d'intégrales qui résultent des deux développements précédents.....	134

CHAPITRE III.

Les harmoniques sphériques de degré entier, positif, négatif ou nul.

36. Les harmoniques sphériques et les harmoniques sphériques ordinaires. Les fonctions sphériques ou fonctions de Laplace et les polynômes sphériques ou polynômes de Laplace.....	139
37. Formules de dérivation servant à exprimer des polynômes homogènes et des harmoniques sphériques ordinaires.....	143

	Pages.
38. Les pôles des polynômes de Laplace et des harmoniques sphériques ordinaires. Théorie de Maxwell.....	148
39. Les axes et les pôles des harmoniques zonale, tessérales et sectoriales...	150
40. Détermination des axes d'une harmonique sphérique ordinaire ou d'un polynôme de Laplace.....	155
41. Dérivation des harmoniques sphériques ordinaires et transformation de celles-ci lorsqu'on change l'origine des coordonnées.....	158
42. L'harmonique biaxiale. La formule d'addition de l'harmonique superficielle zonale, $P_n(\cos \gamma)$	165
43. Propriétés des intégrales définies d'harmoniques sphériques.....	168
44. Développements d'une fonction de θ et de φ en série de polynômes de Laplace ou série de Laplace et en série d'harmoniques zonale, tessérales et sectoriales, d'axe Oz.....	176
45. Harmoniques conjuguées et systèmes conjugués d'harmoniques.....	179
46. Les harmoniques sphériques, de degré entier, les plus générales et le lien existant entre les harmoniques sphériques et les fonctions harmoniques de deux variables.....	181
47. Les harmoniques sphériques linéaires.....	186
 ANNEXE I. — Premiers polynômes de Legendre et valeurs particulières.....	 189
ANNEXE II. — Premières fonctions de Legendre de seconde espèce et valeurs particulières.....	190
ANNEXE III. — Premières fonctions associées de Legendre de première espèce et valeurs particulières.....	191
ANNEXE IV. — Premières fonctions associées de Legendre de seconde espèce et valeurs particulières.....	193
 INDEX ALPHABÉTIQUE.....	 195
TABLE DES MATIÈRES.....	199