

# INHALT

<b>Vorwort</b> . . . . .	13
<b>KAPITEL I. Gammafunktion</b> . . . . .	17
§ 1.1. Definition der Gammafunktion . . . . .	17
§ 1.2. Funktionalgleichungen der Gammafunktion . . . . .	19
§ 1.3. Logarithmische Ableitung der Gammafunktion . . . . .	22
§ 1.4. Asymptotische Darstellung der Gammafunktion für große $ z $ . . . . .	25
§ 1.5. Bestimmte Integrale, die mit der Gammafunktion zusammenhängen . . . . .	31
§ 1.6. Übersicht über Tabellen der Gammafunktion . . . . .	32
<i>Übungen</i>	
<b>KAPITEL II. Fehlerintegral und verwandte Funktionen</b> . . . . .	36
§ 2.1. Fehlerintegral und seine grundlegenden Eigen- schaften . . . . .	36
§ 2.2. Asymptotische Darstellung des Fehlerintegrals für große Werte von $ z $ . . . . .	38
§ 2.3. Fehlerintegral für imaginäres Argument. Die Funktion $F'(z)$ . . . . .	39
§ 2.4. Fehlerintegral für das Argument $x\sqrt{i}$ . FRESNELSche Integrale . . . . .	41
§ 2.5. Anwendung in der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	44
§ 2.6. Anwendung in der Theorie der Wärmeleitung. Abkühlung einer Fläche eines erwärmten Körpers . . . . .	45
§ 2.7. Anwendung in der Schwingungstheorie. Querschwingung eines unendlichen Stabes unter der einmaligen Einwirkung einer punktförmigen Kraft . . . . .	47
§ 2.8. Übersicht über Tabellen des Fehlerintegrals und verwandter Funktionen . . . . .	49
<i>Übungen</i>	
<b>KAPITEL III. Exponentialintegral und verwandte spezielle     Funktionen</b> . . . . .	53
§ 3.1. Exponentialintegral und seine grundlegenden Eigenschaften . . . . .	53

§ 3.2.	Asymptotische Darstellung des Exponentialintegrals für $ z  \rightarrow \infty$ . . . . .	56
§ 3.3.	Exponentialintegral mit imaginärem Argument. Integralsinus und Integralkosinus . . . . .	57
§ 3.4.	Integrallogarithmus . . . . .	61
§ 3.5.	Anwendung in der Radiotechnik. Ausstrahlung eines linearen Halbwellenvibrators . . . . .	63
§ 3.6.	Übersicht über Tabellen des Exponentialintegrals und anderer verwandter Funktionen . . . . .	66
	<i>Übungen</i>	
<b>KAPITEL IV.</b>	<b>Orthogonale Polynome</b> . . . . .	<b>70</b>
§ 4.1.	Allgemeine Bemerkungen über orthogonale Polynome . . . . .	70
§ 4.2.	Polynome von LEGENDRE. Definition und erzeugende Funktion . . . . .	71
§ 4.3.	Rekursionsformeln und Differentialgleichung für die LEGENDRE-Polynome . . . . .	73
§ 4.4.	Integraldarstellungen für LEGENDRE-Polynome . . . . .	75
§ 4.5.	Orthogonalität der LEGENDRE-Polynome . . . . .	77
§ 4.6.	Asymptotische Darstellung der LEGENDRE-Polynome für große Werte des Index $n$ . . . . .	79
§ 4.7.	Reihenentwicklung einer Funktion nach LEGENDRE-Polynomen . . . . .	81
§ 4.8.	Beispiele für Reihenentwicklungen nach LEGENDRE-Polynomen . . . . .	86
§ 4.9.	HERMITESche Polynome. Definition und erzeugende Funktion . . . . .	88
§ 4.10.	Rekursionsformeln und Differentialgleichung für HERMITESche Polynome . . . . .	90
§ 4.11.	Integraldarstellungen für HERMITESche Polynome . . . . .	91
§ 4.12.	Integralgleichungen für HERMITESche Polynome . . . . .	93
§ 4.13.	Orthogonalität der HERMITESchen Polynome . . . . .	94
§ 4.14.	Asymptotische Darstellung der HERMITESchen Polynome für große Indexwerte $n$ . . . . .	95
§ 4.15.	Reihenentwicklung einer Funktion nach HERMITESchen Polynomen . . . . .	97
§ 4.16.	Beispiele für Reihenentwicklungen nach HERMITESchen Polynomen . . . . .	103

§ 4.17.	LAGUERRESche Polynome. Definition und erzeugende Funktion . . . . .	106
§ 4.18.	Rekursionsformeln und Differentialgleichung für LAGUERRESche Polynome . . . . .	109
§ 4.19.	Integraldarstellungen für LAGUERRESche Polynome. Zusammenhang zwischen LAGUERRESchen und HERMITESchen Polynomen . . . . .	111
§ 4.20.	Integralgleichung der LAGUERRESchen Polynome . . . . .	112
§ 4.21.	Orthogonalität der LAGUERRESchen Polynome . . . . .	114
§ 4.22.	Asymptotische Darstellung der LAGUERRESchen Polynome für große Indexwerte $n$ . . . . .	116
§ 4.23.	Reihenentwicklung einer Funktion nach LAGUERRESchen Polynomen . . . . .	119
§ 4.24.	Beispiele für Reihenentwicklungen nach LAGUERRESchen Polynomen . . . . .	120
§ 4.25.	Anwendung in der Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen längs dünner Leiter. Reflexion am Ende der Leiter, die mit einer punktförmigen Induktivität abgeschlossen sind . . . . .	123
§ 4.26.	Übersicht über Tabellen orthogonaler Polynome . . . . .	126

*Übungen*

<b>KAPITEL V. Zylinderfunktionen</b> . . . . .	<b>133</b>	
§ 5.1.	Einführung . . . . .	133
§ 5.2.	BESSEL-Funktionen mit ganzem positiven Index . . . . .	133
§ 5.3.	BESSEL-Funktionen mit beliebigem Index . . . . .	137
§ 5.4.	Allgemeine Darstellung der Zylinderfunktionen. BESSEL-Funktionen zweiter Art . . . . .	140
§ 5.5.	Reihenentwicklung der BESSELSchen Funktionen zweiter Art mit ganzem Index . . . . .	142
§ 5.6.	BESSELSche Funktionen dritter Art . . . . .	144
§ 5.7.	BESSELSche Funktionen mit imaginärem Argument . . . . .	145
§ 5.8.	Zylinderfunktionen mit halb-ganzem Index . . . . .	149
§ 5.9.	WRONSKISChe Determinante von Lösungssystemen der BESSEL-Gleichung . . . . .	150
§ 5.10.	Integraldarstellungen der Zylinderfunktionen . . . . .	152
§ 5.11.	Asymptotische Darstellungen der Zylinderfunktionen für große Argumentwerte . . . . .	159
§ 5.12.	Additionstheoreme für Zylinderfunktionen . . . . .	163

§ 5.13.	Nullstellen der Zylinderfunktionen . . . . .	167
§ 5.14.	Darstellung beliebiger Funktionen durch Reihen und Integrale von Zylinderfunktionen . . . . .	168
§ 5.15.	Bestimmte Integrale, die mit Zylinderfunktionen zusammenhängen . . . . .	173
§ 5.16.	Zylinderfunktionen mit reellen positiven Argument und Index . . . . .	176
§ 5.17.	AIRYSche Funktionen . . . . .	178
§ 5.18.	Übersicht über Tabellen der Zylinderfunktionen .	181

*Übungen*

**KAPITEL VI. Anwendung der Zylinderfunktionen bei Aufgaben  
der mathematischen Physik . . . . . 190**

§ 6.1.	Einleitung . . . . .	190
§ 6.2.	Trennung der Veränderlichen der Gleichung $\Delta u = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + b \frac{\partial u}{\partial t} + cu$ in Zylinderkoordinaten	190
§ 6.3.	Anwendung der Methode der partikulären Lösungen auf eine Randwertaufgabe für den Zylinder. Beispiel aus der Theorie der Wärme- leitung. . . . .	193
§ 6.4.	Randwertaufgabe für ein von zwei parallelen Ebenen begrenztes Gebiet . . . . .	198
§ 6.5.	Randwertaufgabe für einen Winkelraum . . . . .	199
§ 6.6.	Beispiel aus der Elektrostatik. Feld einer Punkt- ladung, die in der Nähe des Randes einer dünnen leitenden Ebene liegt . . . . .	202
§ 6.7.	Anwendung auf die Theorie der Wärmeleitung. Abkühlung eines Zylinders . . . . .	204
§ 6.8.	Anwendung auf die Beugungstheorie . . . . .	206

**KAPITEL VII. Kugelfunktionen . . . . . 209**

§ 7.1.	Einführung . . . . .	209
§ 7.2.	Hypergeometrische Differentialgleichung und ihre Lösung mittels Reihen . . . . .	210
§ 7.3.	LEGENDRESche Kugelfunktionen . . . . .	213
§ 7.4.	Integraldarstellungen für Kugelfunktionen . . . . .	221
§ 7.5.	Funktionalgleichungen für Kugelfunktionen . . . . .	224
§ 7.6.	Darstellung der Kugelfunktionen durch Reihen . . . . .	226

§ 7.7.	WRONSKI-Determinante von Lösungssystemen der LEGENDRESchen Gleichung . . . . .	232
§ 7.8.	Rekursionsformeln . . . . .	235
§ 7.9.	Kugelfunktionen mit ganzem positiven Index. Zusammenhang mit LEGENDRESchen Polynomen . . . . .	237
§ 7.10.	Kugelfunktionen mit halb-ganzem Index . . . . .	238
§ 7.11.	Asymptotische Darstellung der Kugelfunktionen für große Werte $ \nu $ . . . . .	241
§ 7.12.	Zugeordnete Kugelfunktionen . . . . .	244
§ 7.13.	Übersicht über Tabellen der Kugelfunktionen . . . . .	253
	<i>Übungen</i>	

<b>KAPITEL VIII. Anwendung der Kugelfunktionen in Aufgaben der mathematischen Physik . . . . .</b>		<b>259</b>
§ 8.1.	Einführung . . . . .	259
§ 8.2.	Trennung der Veränderlichen der LAPLACE- Gleichung in Kugelkoordinaten . . . . .	260
§ 8.3.	Anwendung der Methode der partikulären Lösungen auf die Randwertaufgabe für Kugel- gebiete . . . . .	262
§ 8.4.	Beispiel aus der Elektrostatik. Feld einer punktförmigen Ladung, die im Inneren einer leitenden Kugel angebracht ist . . . . .	264
§ 8.5.	Anwendung der Methode der partikulären Lösungen auf die Randwertaufgabe für kegel- förmige Gebiete . . . . .	266
§ 8.6.	Trennung der Veränderlichen der LAPLACE- Gleichung in entarteten elliptischen Koordinaten . . . . .	269
§ 8.7.	Randwertaufgaben für Rotationsellipsoide . . . . .	272
§ 8.8.	Beispiel aus der mathematischen Physik. Anziehung eines gestreckten homogenen Ellipsoides . . . . .	276
§ 8.9.	Randwertaufgabe für das Rotationshyperboloid . . . . .	278
§ 8.10.	Toruskoordinaten . . . . .	279
§ 8.11.	Randwertaufgabe für den Torus. Beispiel aus der Elektrostatik . . . . .	282
§ 8.12.	Randwertaufgabe für ein Gebiet, das von zwei sich schneidenden Kugeln begrenzt ist . . . . .	285
§ 8.13.	Bipolarkoordinaten und ihre Anwendung auf Randwertaufgaben der mathematischen Physik . . . . .	289

§ 8.14.	Anwendung der Kugelfunktionen zur Integration der HELMHOLTZ-Gleichung . . . . .	293
<b>KAPITEL IX. Hypergeometrische Funktionen . . . . .</b>		<b>295</b>
§ 9.1.	Hypergeometrische Reihe und ihre analytische Fortsetzung . . . . .	295
§ 9.2.	Elementare Eigenschaften der hypergeometrischen Funktion . . . . .	298
§ 9.3.	Grenzwert der Summe der hypergeometrischen Reihe für $z \rightarrow 1$ und $R(\gamma - \alpha - \beta) > 0$ . . . . .	301
§ 9.4.	Hypergeometrische Funktion als Funktion ihrer Parameter . . . . .	302
§ 9.5.	Funktionalgleichungen für die hypergeometrische Funktion . . . . .	304
§ 9.6.	Spezielle Funktionalgleichungen . . . . .	309
§ 9.7.	Formeln für die analytische Fortsetzung der hypergeometrischen Funktion in singulären Fällen . . . . .	313
§ 9.8.	Darstellung verschiedener Funktionen durch die hypergeometrische Funktion . . . . .	316
§ 9.9.	Konfluente hypergeometrische Funktionen . . . . .	319
§ 9.10.	Differentialgleichung für die konfluente hypergeometrische Funktion und ihre Integrale. Konfluente hypergeometrische Funktion zweiter Art . . . . .	321
§ 9.11.	Integraldarstellungen für konfluente hypergeometrische Funktionen . . . . .	325
§ 9.12.	Asymptotische Darstellungen der konfluenten hypergeometrischen Funktionen für große Argumentwerte . . . . .	327
§ 9.13.	Darstellung verschiedener Funktionen durch konfluente hypergeometrische Funktionen . . . . .	331
§ 9.14.	Verallgemeinerte hypergeometrische Funktionen . . . . .	334
	<i>Übungen</i>	
<b>KAPITEL X. Funktionen des parabolischen Zylinders . . . . .</b>		<b>342</b>
§ 10.1.	Trennung der Veränderlichen der LAPLACE-Gleichung in parabolischen Koordinaten . . . . .	342
§ 10.2.	HERMITESche Funktionen erster Art . . . . .	344
§ 10.3.	Funktionalgleichungen für HERMITESche Funktionen . . . . .	348
§ 10.4.	Rekursionsformeln für HERMITESche Funktionen . . . . .	349

§ 10.5. Integraldarstellungen für HERMITESche Funktionen . . . . .	351
§ 10.6. Asymptotische Darstellungen der HERMITESchen Funktionen für große Werte des Argumentes . . .	353
§ 10.7. Anwendung in der mathematischen Physik. Randwertaufgabe für den parabolischen Zylinder .	355
§ 10.8. Anwendung auf die Quantenmechanik . . . . .	359
<i>Übungen</i>	
<b>Literatur</b> . . . . .	<b>362</b>