

Inhaltsverzeichnis.

Vorwort		V
Liste der in diesem Buche benutzten mathematischen Symbole		XV
I. Abschnitt. Die Differentialgleichung der konfluenten hypergeometrischen Funktion in ihren verschiedenen Formen und die Definitionen der sie lösenden Funktionen.		
§ 1. Die Kummersche Differentialgleichung und ihre Lösungen		1
1. Die Entstehung der Kummerschen Differentialgleichung durch Konfluenz		1
2. Die Nullpunktlösungen der Kummerschen D.Gl.		3
3. Der analytische Charakter der Kummerschen Funktion und ihre wichtigsten Eigenschaften		5
4. Einfache Integraldarstellungen für die Kummersche Funktion		7
§ 2. Die Whittakersche Differentialgleichung und ihre Lösungen		9
1. Die Whittakersche Differentialgleichung und die Definition der Funktion $M_{\kappa, \mu/2}(z)$ als ihre Nullpunktlösung		9
2. Die Funktion $\mathcal{M}_{\kappa, \mu/2}(z)$ in einfachen Sonderfällen		12
3. Einfache Integraldarstellungen für $\mathcal{M}_{\kappa, \mu/2}(z)$		13
a) Die reine Potenzreihe für $\mathcal{M}_{\kappa, \mu/2}(z)$ und eine damit zusammenhängende Integraldarstellung		17
4. Die Whittakersche Funktion $W_{\kappa, \mu/2}(z)$		18
5. Die Funktion $W_{\kappa, \mu/2}(z)$ und das lösende Fundamentalsystem der Wh.D.Gl. für ganzzahlige Werte $\mu \cdot m$		20
6. Die Funktionen $W_{\kappa, \mu/2}(z)$ in einfachen Sonderfällen		23
7. Die Wronskische Determinante der verschiedenen Lösungspaare der Wh.D.Gl.		24
8. Die Umlaufsrelationen für die Lösungsfunktionen der Wh.D.Gl.		26
9. Das Verhalten der Funktionen $M_{\kappa, \mu/2}(z)$ und $W_{\kappa, \mu/2}(z)$ und ihrer ersten Ableitungen in unmittelbarer Nähe des Nullpunktes		28
10. Die Wertigkeit der Funktionen $\mathcal{M}_{\kappa, \mu/2}(z)$ und $W_{\kappa, \mu/2}(z)$ bei komplexen Werten von z und κ , aber reellen Werten von μ		28
§ 3. Verwandte Differentialgleichungen. Die Funktionen des parabolischen Zylinders. Höhere Ableitungen		32
1. Differentialgleichungen, die auf die Whittakersche zurückgeführt werden können		32
2. Eine der Wh.schen D.Gl. zugeordnete inhomogene D.Gl.		37
3. Die Funktionen des parabolischen Zylinders		38
4. Die Wronskis für die verschiedenen Fundamentalsysteme der Weberschen D.Gl.		42
5. Die einfachsten Integraldarstellungen für die Funktionen $D_{\nu}(z)$ und $E_{\nu}^{(0,1)}(z)$		43

6.	Formeln für die höheren Ableitungen der beiden Whittaker-Funktionen	45
§ 4.	Die Funktionen des Drehparabols und des parabolischen Zylinders als Partikularintegrale der Wellengleichung in den entsprechenden Koordinaten	49
1.	Die Koordinaten des Drehparabols und die Form der Wellengleichung in diesen Koordinaten	49
2.	Die separierten Lösungen der Wellengleichung in den Funktionen des Drehparabols	52
3.	Die Koordinaten des Zylinderparabols und die zugehörige Form der Wellengleichung	55
4.	Die Lösungen der separierten Wellengleichung in den Funktionen des Zylinderparabols	57
II. Abschnitt. Allgemeine Integraldarstellungen für die parabolischen Funktionen selbst und ihre Produkte.		
§ 5.	Integraldarstellungen für die einfachen parabolischen Funktionen	58
1.	Integrale mit doppelt verzweigtem binomischen Kern	58
2.	Integrale mit dem wesentlich singulären Kern $\exp(-z/2 \cdot \mathfrak{I}g v)$	66
3.	Komplexe Integrale auf der Basis des Hankelschen Integrals	72
4.	Integrale vom Mellintypus	74
5.	Integrale mit willkürlichem Parameter für die Funktion $W_{\kappa, \mu/2}(z)$	77
6.	Anwendung der Integraldarstellungen zur Herleitung der Rekursionsformeln	80
§ 8.	Integraldarstellungen für die Produkte aus zwei parabolischen Funktionen	83
1.	Die einfachsten Formen solcher Integrale	83
III. Abschnitt. Die Asymptotik der parabolischen Funktionen.		
§ 7.	Die Asymptotik bei großen Werten von z oder μ oder κ	90
1.	Das asymptotische Verhalten hinsichtlich z	90
2.	Das asymptotische Verhalten hinsichtlich μ bei einem von μ unabhängigen Wert von κ	93
3.	Das asymptotische Verhalten der Funktion $\mathcal{M}_{\kappa \pm \frac{\mu}{2}, \kappa \pm \frac{\mu}{2}}(z)$	95
4.	Das asymptotische Verhalten hinsichtlich κ	96
§ 8.	Die Asymptotik bei großen Werten von z und κ	101
1.	Die Sattelpunktmethode	101
2.	Das Verfahren von E. Langer	110
IV. Abschnitt. Unbestimmte und bestimmte Integrale mit parabolischen Funktionen und einige unendliche Reihen.		
§ 9.	Unbestimmte Integrale mit parabolischen Funktionen	112
1.	Unbestimmte Integrale mit dem Produkt zweier parabolischer Funktionen	112
2.	Beispiele	114

§ 10. Die Laplace-Transformierte der parabolischen Funktionen . . .	118
1. Die Laplace- und Mellin-Transformierten der Funktion $M_{\kappa, \mu/2}(z)$	118
2. Die Laplace- und Mellin-Transformierten der Funktion $W_{\kappa, \mu/2}(z)$	120
§ 11. Verschiedene weitere Integrale mit parabolischen Funktionen und einige unendliche Reihen	124
1. Integrale vom Stieltjesschen und Hankelschen Typus .	124
2. Das Additionstheorem der Parameter für die Funktion $M_{\kappa, \mu/2}(z)$	128
3. Ein allgemeines Prinzip zur Herleitung einer unendlichen Reihe mit den Funktionen $M_{\kappa, \mu/2+n}(z)$	129
4. Eine unendliche Reihe mit halbzahligen Besselschen Funktionen für $M_{\kappa, \mu/2}(z)$	132
V. Abschnitt. Die den parabolischen Funktionen zugehörigen Polynome und unendliche Reihen mit diesen Polynomen.	
§ 12. Reihen und Integrale mit Laguerre-Polynomen	135
1. Zusammenstellung und Ergänzung des Formelmateri als . .	135
2. Reihen und Integrale mit Laguerre-Polynomen	138
§ 13. Reihen und Integrale mit Hermite-Polynomen	145
1. Zusammenstellung und Ergänzung des Formelmateri als . .	145
2. Reihen und Integrale mit Hermite-Polynomen	146
§ 14. Weitere besondere Polynome und Funktionen	151
1. Die Polynome von Charlier	151
2. Die k -Funktion von H. Bateman	152
3. Das verallgemeinerte Neumannsche Polynom	153
4. Die Polynome von Sonine	155
VI. Abschnitt. Die Parameterintegrale in den Beziehungen für die verschiedenen Wellentypen der mathematischen Physik in den parabolischen Koordinaten.	
§ 15. Integrale über den vorderen Parameter von zwei und vier parabolischen Funktionen	155
1. Die Ausgangsreihe und die Integrale über M -Funktionen .	155
2. Eine zweite Ausgangsreihe und Integrale über Produkte von M - und W -Funktionen und W -Funktionen allein	161
§ 16. Die Integraldarstellungen für die verschiedenen Wellentypen der mathematischen Physik	166
1. Einleitende Bemerkungen	166
2. Die verschiedenen Wellentypen in den Koordinaten des Drehparabols	167
a) Die Zylinderwelle	168
b) Die ebene Welle	168
c) Die stehende und fortschreitende tesserale Kugelwelle .	169
d) Die gewöhnliche, fortschreitende Kugelwelle mit beliebig gelegentlichem Erregungszentrum	171
3. Die verschiedenen Wellentypen in den Koordinaten des Zylinderparabols	172
a) Die ebene Welle	172

- b) Die nach außen fortschreitende und die stehende sektorielle Zylinderwelle mit der Brennpunktlinie als leuchtender Linie 174
- c) Die nach außen fortschreitende, axialsymmetrische Zylinderwelle bei beliebiger Lage der zur Brennpunktlinie parallelen leuchtenden Linie 175
- d) Die gewöhnliche fortschreitende Kugelwelle bei beliebiger Lage des Erregungszentrums 178

VII. Abschnitt. Nullstellen und Eigenwerte.

- § 17. Die Nullstellen der Funktion $M_{\kappa, \mu/2}(z)$ 179
1. Über die Nullstellen von $M_{\kappa, \mu/2}(z)$ in bezug auf z 179
 2. Über die Nullstellen von $M_{\kappa, \mu/2}(z)$ in bezug auf κ 185
 3. Die Nullstellen von $W_{\kappa, \mu/2}(z)$ hinsichtlich z 189
- § 18. Eigenwertprobleme mit parabolischen Funktionen 190
1. Die Eigenschwingungen einer gespannten Saite mit parabolischer Massenbelegung 190
 - a) Die expliziten Näherungsformeln für die Eigenfrequenzen 193
 2. Die Greensche Funktion der ersten homogenen Randwertaufgabe der Wellengleichung in einem von konfokalen Drehparabolen begrenzten Raum 194
 - a) Die Forderungen an die Greenschen Funktionen 1. und 2. Art 194
 - b) Die dreidimensionale Greensche Funktion der ersten homogenen Randwertaufgabe 198
 - c) Die Entwicklungen für die Greenschen Funktionen G_1 und G_2 im Falle $\eta'_i = 0$ nach Eigenfunktionen 200
 - d) Die nach Laguerre-Polynomen fortschreitende Reihenentwicklung für G_1 203
 3. Entwicklung einer willkürlichen Funktion nach Eigenfunktionen 204

Anhang I. Zusammenstellung der Sonderfälle der parabolischen Funktionen $M_{\kappa, \mu/2}(z)$ und $W_{\kappa, \mu/2}(z)$ 208

Anhang II. Schrifttumsverzeichnis 216

Sachverzeichnis.