

# TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
PRÉFACE.....	IV

## LIVRE PREMIER.

### LES FONCTIONS ALGÈBRIQUES.

CHAPITRE I. — <i>Définitions</i> .....	1
Fonction d'une variable imaginaire. — Dérivée.....	2
Fonctions monotropes. — Fonctions polytropes.....	10
Fonctions holomorphes. — Fonctions méromorphes. — Pôles.....	14
Emploi de la sphère.....	15
CHAPITRE II. — <i>Les fonctions algébriques</i> .....	19
Nombre des racines d'un polynôme entier.....	19
Manière de déterminer le nombre des racines comprises dans un contour donné.....	23
Continuité des racines.....	31
Définition d'une fonction algébrique.....	34
Loi de la permutation des racines autour des points critiques.....	39
Manière d'obtenir les systèmes circulaires.....	40
Pôles d'une fonction algébrique.....	49
Système de lacets fondamentaux.....	51
CHAPITRE III. — <i>Exemples de fonctions algébriques</i> .....	57

## LIVRE II.

### FONCTIONS DÉFINIES PAR DES SÉRIES.

CHAPITRE I. — <i>Propriétés des séries ordonnées suivant les puissances entières et croissantes de la variable</i> .....	77
Cercle de convergence.....	78
CHAPITRE II. — <i>Fonctions exponentielles et circulaires</i> .....	88
Les fonctions $e^z$ , $\sin z$ , $\cos z$ .....	88
La fonction $\log z$ .....	95
Les fonctions $\text{arc tang } z$ , $\text{arcsin } z$ , $\text{arccos } z$ .....	97

	Pages.
La fonction $z^n$ .....	102
Sinus et cosinus hyperboliques.....	102
CHAPITRE III. — <i>La fonction</i> $\Theta$ .....	105
Séries à double entrée.....	106
Définition et propriétés de la fonction $\Theta(z)$ .....	110
CHAPITRE IV. — <i>Les fonctions elliptiques</i> .....	113
Les quatre fonctions $\theta$ .....	113
Les trois fonctions elliptiques.....	118
Relations entre les fonctions elliptiques.....	121

## LIVRE III.

### LES INTÉGRALES DÉFINIES.

CHAPITRE I. — <i>Propriétés fondamentales des intégrales définies</i> .....	123
Définition de l'intégrale défini entre limites imaginaires.....	123
Intégration suivant différents chemins.....	134
CHAPITRE II. — <i>Exemples d'intégrales définies</i> .....	141
CHAPITRE III. — <i>Développement des fonctions en séries entières</i> .....	149
Théorème de Cauchy.....	149
Développement d'une fonction algébrique.....	153
Formule de Lagrange.....	155
Série de Fourier.....	161
Développement d'une fonction de plusieurs variables.....	163
CHAPITRE IV. — <i>Périodes des intégrales définies</i> .....	170
Cas général.....	170
Cas où l'intégrale reste finie sur toute la sphère. Nombre des périodes.....	178

## LIVRE IV.

### PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES FONCTIONS.

CHAPITRE I. — <i>Théorèmes généraux sur les fonctions</i> .....	187
Fonctions monotropes.....	187
Fonctions polytropes.....	207
CHAPITRE II. — <i>Propriétés des fonctions X et Y</i> .....	222
CHAPITRE III. — <i>Propriétés générales des fonctions doublement périodiques</i> .....	231
Des périodes.....	231
Transformation des périodes.....	234
Fonctions intermédiaires.....	236
Théorèmes sur les fonctions doublement périodiques.....	239
Relations algébriques entre les fonctions elliptiques.....	246
Équations différentielles auxquelles satisfont les fonctions elliptiques.....	247
Les fonctions $\vartheta(z)$ .....	261
CHAPITRE IV. — <i>Suite des fonctions doublement périodiques</i> .....	268

	Pages.
Remarques sur les réseaux.....	268
Relation algébrique entre deux fonctions doublement périodiques dont les réseaux ont un réseau de sommets communs.....	272
Relation algébrique entre une fonction doublement périodique et sa dérivée.....	277
CHAPITRE V. — Développement des fonctions en sommes.....	281
Méthode générale pour le développement d'une fonction en une somme d'une infinité de termes rationnels.....	281
Développement de $\frac{1}{\sin z}$ , $\frac{1}{\cos z}$ , $\cot z$ , $\tan z$ .....	283
Développement d'une fonction doublement périodique en une somme d'une infinité de termes simplement périodiques.....	286
Développement des fonctions elliptiques.....	291
Développement de $\frac{1}{\theta(z)}$ , $\frac{1}{\wp(z)}$ , $D \log \theta(z)$ .....	295
CHAPITRE III. — Développement des fonctions en produits.....	301
Propriétés des produits d'un nombre infini de facteurs.....	301
Méthode générale pour le développement d'une fonction en un produit d'une infinité de facteurs rationnels.....	305
Développement de $\cos z$ , $\sin z$ .....	310
Développement des fonctions $\theta(z)$ , $\wp(z)$ .....	312
Expressions du module et du multiplicateur en produits.....	317

## LIVRE V.

## FONCTIONS DÉFINIES PAR DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.

CHAPITRE I. — Existence de la fonction intégrale.....	325
Existence de l'intégrale d'une équation différentielle.....	327
Existence des intégrales d'un système d'équations différentielles.....	333
Fonctions implicites.....	336
Cas où le coefficient différentiel devient infini.....	338
CHAPITRE II. — Exemples de fonctions définies par des équations différentielles.....	341
CHAPITRE III. — Les fonctions elliptiques définies par des équations différentielles.....	351
Les fonctions $\lambda$ , $\mu$ , $\nu$ .....	351
Relations entre les fonctions elliptiques.....	358
Réduction du multiplicateur à l'unité.....	362
Cas où le module est réel, positif et inférieur à l'unité.....	363
Périodes elliptiques.....	366
Modules égaux et de signes contraires.....	368
Modules réciproques.....	369
Modules complémentaires.....	371
CHAPITRE IV. — Intégration par les fonctions elliptiques.....	376
Équation différentielle algébrique entre une fonction et sa dérivée.....	376
Conditions pour que l'intégrale soit monotrope.....	378
Comment on reconnaît si l'intégrale est algébrique, simplement ou doublement périodique..	381
Équations différentielles binômes.....	388
Équations du troisième degré.....	393

Équations différentielles trinômes.....	405
Méthode générale d'intégration.....	413

## LIVRE VI.

## DÉVELOPPEMENT DES FONCTIONS ELLIPTIQUES.

CHAPITRE I. — <i>Les intégrales elliptiques</i> .....	417
Transformation générale de Jacobi.....	417
Transformations du premier degré.....	418
Transformations du second degré.....	422
Transformations réelles.....	427
Les trois intégrales elliptiques.....	435
Intégrale elliptique de seconde espèce.....	440
Intégrale elliptique de troisième espèce.....	443
Remarques sur les périodes.....	449
CHAPITRE II. — <i>Développement des fonctions elliptiques en séries entières</i> .....	451
Développement de la fonction inverse.....	451
Développement des fonctions elliptiques.....	453
Méthode de M. Hermite.....	457
Expression de $\lambda^{2n+1}(z)$ en fonction de $\lambda(z)$ et de ses dérivées.....	463
Expression de $\lambda^{2n}(z)$ en fonction de $\lambda^2(z)$ et de ses dérivées.....	464
Fonctions de M. Weierstrass.....	465
CHAPITRE III. — <i>Développement des fonctions elliptiques en séries trigonométriques</i> .....	475
Développement de $\lambda(z)$ , $\mu(z)$ , $\nu(z)$ .....	475
Développement des fonctions $D \log \theta(z)$ .....	479
Développement des logarithmes des fonctions elliptiques.....	482

## LIVRE VII.

## ADDITION, MULTIPLICATION ET DIVISION DES ARGUMENTS DANS LES FONCTIONS ELLIPTIQUES.

CHAPITRE I. — <i>Propriétés des fonctions <math>\theta</math></i> .....	485
Équations à cinq lettres.....	485
Équations à deux lettres.....	492
Formules de Jacobi.....	495
CHAPITRE II. — <i>Addition des arguments dans les fonctions elliptiques</i> .....	503
Addition des arguments dans les intégrales elliptiques de seconde espèce.....	511
Addition des arguments et des paramètres dans les intégrales de troisième espèce.....	513
CHAPITRE III. — <i>Multiplication de l'argument</i> .....	516
Multiplication par un nombre impair.....	517
Multiplication par un nombre pair.....	520
Méthode de calcul d'Abel.....	525
Méthode de calcul de Jacobi.....	527
Équations différentielles d'Abel.....	536
Multiplication de l'argument dans les intégrales de seconde espèce.....	538

Multiplication de l'argument et du paramètre dans les intégrales de troisième espèce.....	539
CHAPITRE IV. — <i>Division de l'une des périodes</i> .....	540
Division de la première période par un nombre impair.....	540
Division de la seconde période par un nombre impair.....	543
Division de la première période par un nombre pair.....	551
Division de la seconde période par un nombre pair.....	554
Nombre des fonctions provenant de la division de l'une des périodes de l'un des couples qui correspondent à un module donné.....	557
Division par deux.....	563
Équations aux dérivées partielles de Jacobi.....	571
CHAPITRE V. — <i>Division de l'argument dans les fonctions elliptiques</i> .....	576
Division par deux.....	579
Résolution de l'équation d'où dépend la division de l'argument par un nombre impair.....	580
Multiplication de la première période par un nombre impair.....	588
multiplication de la seconde période par un nombre impair.....	594
Calcul de $\lambda\left(\frac{\omega}{n}\right)$ .....	599

## LIVRE VIII.

## TRANSFORMATION.

CHAPITRE I. — <i>Formules de transformation</i> .....	605
Transformations du premier degré.....	611
Transformations d'un degré impair.....	615
Transformations d'un degré pair.....	621
CHAPITRE II. — <i>Équation modulaire</i> .....	624
Existence de l'équation modulaire.....	624
Expression des racines de l'équation modulaire.....	625
Points critiques.....	629
Formation de l'équation modulaire.....	637
Points multiples.....	639
Calcul des fonctions de transformation.....	642
Transformation du troisième degré.....	645
Transformation du cinquième degré.....	646
Transformation du septième degré.....	649
Équation différentielle entre les modules.....	652
CHAPITRE III. — <i>Résolution de l'équation du cinquième degré par les fonctions elliptiques</i> .....	654

## LIVRE IX.

## THÉORÈME D'ABEL.

CHAPITRE I. — <i>Intégrales abéliennes</i> .....	661
Réduction des intégrales abéliennes.....	661
Intégrales abéliennes de première et de seconde espèce.....	666

	Pages.
Intégrales abéliennes de troisième espèce.....	668
Intégrales ultra-elliptiques.....	671
CHAPITRE II. — <i>Relation entre les périodes de deux intégrales abéliennes</i> .....	674
Relation entre les périodes de deux intégrales de première espèce.....	674
Relation entre les périodes de deux intégrales, l'une de première, l'autre de troisième espèce.	678
Relation entre les périodes de deux intégrales de troisième espèce.....	679
Application aux intégrales elliptiques.....	680
CHAPITRE III. — <i>Théorème d'Abel</i> .....	685
ERRATA.....	699

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.