

Inhaltsverzeichnis

VERZEICHNIS DER WICHTIGSTEN SYMBOLE UND FORMELZEICHEN	XIII
1 EINLEITUNG	1
1.1 Literaturübersicht	2
1.2 Mathematische Beschreibung nichtlinearer dynamischer Systeme	5
1.3 Ziele der Arbeit	7
1.4 Inhalt der Arbeit	9
2 MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	11
2.1 Grundbegriffe	11
2.2 Lineare Systeme	20
2.3 Invariante Unterräume	21
2.4 Nichtlineare Systeme	23
2.4.1 Singuläre Punkte	23
2.4.2 Klassifizierung von singulären Punkten	25
2.5 Lineare und nichtlineare Abbildungen	27
2.6 Poincaré-Abbildungen	30
2.7 Periodische Lösungen und Fixpunkte von Punktabbildungen	32
2.7.1 Stabilität von Punktabbildungen	34
2.7.2 Klassifizierung von Fixpunkten	38
2.8 Asymptotisches Verhalten	43
2.8.1 Grenzpunkte und Grenzmengen	43
2.8.2 Analytische Bestimmung von Einzugsgebieten	46
2.8.3 Zur numerischen Bestimmung von Einzugsgebieten	47

3	KONSERVATIVE SYSTEME	49
3.1	Hamiltonsche Bewegungsgleichungen	50
3.2	Wirkungs-Winkelvariablen	53
3.3	Integrierbare und nichtintegrierbare Systeme	54
3.4	Kanonische Störungstheorie	58
3.5	Chaotisches Verhalten flächenbewahrender Abbildungen	61
3.5.1	Instabile Tori	62
3.5.2	Homoklinische Punkte und chaotisches Verhalten	64
3.6	Stabilität mehrdimensionaler Hamiltonscher Systeme	67
3.7	Hènon-Heiles System	68
4	NICHTKONSERVATIVE SYSTEME	71
4.1	Attraktoren	72
4.1.1	Volumenkontraktion	73
4.1.2	Definition von Attraktoren	74
4.2	Qualitative Änderung von Attraktoren	78
4.2.1	Periodenverdopplung	79
4.2.2	Hopf-Verzweigung	81
4.2.3	Sattelpunkt- oder Tangentenverzweigung, Intermittenz	82
4.2.4	Zusammenfassung der behandelten Szenarios	82
4.3	Charakterisierung von Attraktoren	84
4.3.1	Zeitverläufe	84
4.3.2	Leistungsspektren	85
4.3.3	Ljapunov-Exponenten	85
4.3.4	Dimension	86
4.3.5	Zusammenfassung der charakteristischen Merkmale	87
4.4	Nichtautonomes System: Modifizierte Duffing-Gleichung	88

5	FUNDAMENTALE UNTERSUCHUNGSMETHODEN	93
5.1	Übersicht über Näherungsverfahren	94
5.1.1	Störungsrechnung	94
5.1.2	Mittelungsmethoden	96
5.2	Zeitverläufe und Phasenportraits durch numerische Integration	97
5.3	Punktabbildungen	98
5.4	Leistungsspektren aus der Fourier-Analyse	100
5.5	Ljapunov-Exponenten	102
5.5.1	Eindimensionale Ljapunov-Exponenten	102
5.5.2	Mehrdimensionale Ljapunov-Exponenten	106
5.5.3	Ljapunov-Exponenten von Punktabbildungen	107
5.5.4	Bemerkungen zu den Ljapunov-Exponenten	108
5.6	Dimension	109
5.7	Entropie und Kurzzeitvorhersagen	111
5.8	Kritische Wertung numerischer Ergebnisse	114
5.9	Nichtautonomes System: Modifizierte Duffing-Gleichung	115
6	ZELLABBILDUNGSMETHODE	122
6.1	Diskretisierung des Zustandsraumes	123
6.2	Einfache Zellabbildungsmethode	125
6.2.1	Gleichgewichtszelle	126
6.2.2	Periodische Zellen	127
6.2.3	Einzugsbereiche	127
6.2.4	Bemerkungen zum Algorithmus	128
6.2.5	Eigenschaften der einfachen Zellabbildung	129
6.2.6	Beispiel zur einfachen Zellabbildung	130
6.3	Allgemeine Zellabbildungsmethode	132
6.4	Zur Theorie der Markov-Ketten	136
6.4.1	Definitionen aus der Theorie der Markov-Ketten	136
6.4.1.1	n-Schritte Übergangswahrscheinlichkeit	137
6.4.1.2	Verknüpfung von Zellen	137

6.4.1.3	Periode	138
6.4.1.4	Klassifizierung der Zellen	138
6.4.1.5	Zerlegung des Zellraumes S in Gruppen	139
6.4.2	Normalform der Zellabbildung	140
6.4.3	Langzeitverhalten beharrlicher Zellen	142
6.4.3.1	Aperiodische beharrliche Gruppen	142
6.4.3.2	Periodische beharrliche Gruppen	144
6.4.4	Langzeitverhalten flüchtiger Zellen	149
6.4.4.1	Absorptionswahrscheinlichkeiten	151
6.4.4.2	Erwartete Absorptionszeiten	153
6.4.4.3	Gauss-Seidel-Iteration	155
6.5	Bemerkungen zum Rechenalgorithmus und Eigenschaften der allgemeinen Zellabbildung	155
6.5.1	Bestimmung der Abbildungsmatrix	156
6.5.2	Codierung der Abbildungsmatrix	158
6.5.3	Eigenschaften der allgemeinen Zellabbildung	158
6.6	Beispiele zur allgemeinen Zellabbildung	160
6.6.1	Autonomes System	160
6.6.2	Nichtautonomes System	164
6.7	Erfahrungen mit der Zellabbildungsmethode	167
6.7.1	Einfache Zellabbildung	168
6.7.2	Allgemeine Zellabbildungsmethode	170
6.7.3	Gegenüberstellung wichtiger Aussagen über Attraktoren	172
7	ZUSAMMENFASSUNG	174
	LITERATUR	178
	SACHVERZEICHNIS	189