

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Diffeomorphismen und Ströme | 1 |
| 1.1 | Einführung | 1 |
| 1.2 | Elementare Dynamik von Diffeomorphismen | 5 |
| 1.2.1 | Definitionen | 5 |
| 1.2.2 | Diffeomorphismen des Kreises | 6 |
| 1.3 | Ströme und Differentialgleichungen | 14 |
| 1.4 | Invariante Mengen | 17 |
| 1.5 | Konjugation | 21 |
| 1.6 | Äquivalenz von Strömen | 31 |
| 1.7 | Poincaré-Abbildungen und Einhängungen | 36 |
| 1.8 | Periodische nicht-autonome Systeme | 41 |
| 1.9 | Hamiltonsche Ströme und Poincaré-Abbildungen | 46 |
| 1.10 | Aufgaben | 62 |
| 2 | Lokale Eigenschaften von Strömen und Diffeomorphismen | 74 |
| 2.1 | Hyperbolische lineare Diffeomorphismen und Ströme | 74 |
| 2.2 | Hyperbolische nicht-lineare Fixpunkte | 78 |
| 2.2.1 | Diffeomorphismen | 78 |
| 2.2.2 | Ströme | 80 |
| 2.3 | Normalformen von Vektorfeldern | 83 |
| 2.4 | Nicht-hyperbolische singuläre Punkte von Vektorfeldern | 90 |
| 2.5 | Normalformen von Diffeomorphismen | 96 |
| 2.6 | Zeitabhängige Normalformen | 102 |
| 2.7 | Mittelpunkt-Mannigfaltigkeiten | 106 |
| 2.8 | Blowing-up-Techniken auf \mathbb{R}^2 | 117 |
| 2.8.1 | Polares blowing-up | 117 |
| 2.8.2 | Gerichtetes blowing-up | 120 |
| 2.9 | Aufgaben | 123 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3 | Strukturelle Stabilität, Hyperbolizität und homokline Punkte | 138 |
| 3.1 | Strukturelle Stabilität linearer Systeme | 140 |
| 3.2 | Lokale strukturelle Stabilität | 143 |
| 3.3 | Ströme auf zwei-dimensionalen Mannigfaltigkeiten | 145 |
| 3.4 | Der Anosov-Diffeomorphismus | 153 |
| 3.5 | Hufeisen-Diffeomorphismen | 160 |
| 3.5.1 | Das kanonische Beispiel | 160 |
| 3.5.2 | Dynamik auf Symbolsequenzen | 169 |
| 3.5.3 | Symboldynamik für den Hufeisen-Diffeomorphismus | 171 |
| 3.6 | Hyperbolische Struktur und Grundmengen | 176 |
| 3.7 | Homokline Punkte | 187 |
| 3.8 | Die Melnikov-Funktion | 195 |
| 3.9 | Aufgaben | 205 |
| | | |
| 4 | Lokale Bifurkation I: Ebene Vektorfelder und Diffeomorphismus auf \mathcal{R} | 219 |
| 4.1 | Einführung | 219 |
| 4.2 | Sattel-Knoten- und Hopf-Bifurkationen | 229 |
| 4.2.1 | Sattel-Knoten-Bifurkation | 229 |
| 4.2.2 | Die Hopf-Bifurkation | 234 |
| 4.3 | Cusp- und verallgemeinerte Hopf-Bifurkationen | 237 |
| 4.3.1 | Cusp-Bifurkation | 237 |
| 4.3.2 | Verallgemeinerte Hopf-Bifurkation | 242 |
| 4.4 | Diffeomorphismen auf \mathcal{R} | 249 |
| 4.4.1 | $D_x f(\mathbf{0}) = +1$: die Faltungsbifurkation | 250 |
| 4.4.2 | $D_x f(\mathbf{0}) = -1$: die Flip-Bifurkation | 253 |
| 4.5 | Die logistische Abbildung | 259 |
| 4.6 | Aufgaben | 268 |
| | | |
| 5 | Lokale Bifurkation II: Diffeomorphismen auf \mathcal{R}^2 | 283 |
| 5.1 | Einführung | 283 |
| 5.2 | Die Kreisabbildung von Arnold | 286 |
| 5.3 | Irrationale Rotationen | 293 |
| 5.4 | Rationale Rotationen und schwache Resonanz | 298 |
| 5.5 | Vektorfeld-Approximation | 303 |
| 5.5.1 | Irrationales β | 303 |
| 5.5.2 | Rationales $\beta = p/q$, $q \geq 3$ | 305 |
| 5.5.3 | Rationales $\beta = p/q$, $q = 1, 2$ | 310 |
| 5.6 | Äquivariante versale Entfaltungen für Vektorfeld-Approximationen | 313 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 5.6.1 | $q = 2$ | 314 |
| 5.6.2 | $q = 3$ | 317 |
| 5.6.3 | $q = 4$ | 319 |
| 5.6.4 | $q \geq 5$ | 327 |
| 5.7 | Entfaltungen von Rotationen und Scheren | 331 |
| 5.8 | Aufgaben | 335 |
| 6 | Inhaltstreue Abbildungen und ihre Störungen | 352 |
| 6.1 | Einführung | 352 |
| 6.2 | Rationale Rotationszahlen und Birkhoff-periodische Punkte | 360 |
| 6.2.1 | Das Poincaré-Birkhoff-Theorem | 360 |
| 6.2.2 | Vektorfeld-Approximationen und Inselketten | 362 |
| 6.3 | Irrationale Rotationszahlen und das KAM-Theorem | 374 |
| 6.4 | Das Aubry-Mather-Theorem | 385 |
| 6.4.1 | Invariante Cantor-Mengen für Homomorphismen auf S^1 | 385 |
| 6.4.2 | Twist-Homomorphismen und Mather-Mengen | 388 |
| 6.5 | Allgemeine elliptische Punkte | 392 |
| 6.6 | Schwach dissipative Systeme und Birkhoff-Attraktoren | 399 |
| 6.7 | Birkhoff-periodische Bahnen und Hopf-Bifurkationen | 413 |
| 6.8 | Bifurkationen invarianter Doppelkreise in ebenen Abbildungen | 425 |
| 6.9 | Aufgaben | 439 |
| | Hinweise zur Lösung der Aufgaben | 459 |
| | Literatur | 489 |
| | Sachverzeichnis | 497 |