

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	1
Notationen	9
Einführung	13
1 Die kontinuierliche Wavelet-Transformation	17
1.1 Definition und elementare Eigenschaften	17
1.2 Affine Operatoren	26
1.3 Filtereigenschaften	28
1.3.1 Phasenraumdarstellung	30
1.3.2 Wavelet-Transformation und gefensterte Fourier-Transformation	36
1.4 Approximationseigenschaften	38
1.4.1 Asymptotisches Verhalten im Frequenzparameter	39
1.4.2 Bemerkungen zur Ordnung von Wavelets	45
1.5 Abklingverhalten	48
1.6 Gruppentheoretische Grundlagen	51
1.6.1 Die Orthogonalitätsrelation für lokalkompakte Gruppen	52
1.6.2 Die Links-Transformationen	56
1.6.2.1 Die Wavelet-Transformation auf $L^2(\mathbb{R})$	59
1.6.2.2 Die gefensterte Fourier-Transformation	62
1.6.2.3 Die Wavelet-Transformation auf $L^2(\mathbb{R}^2)$	64
1.7 Die Wavelet-Transformation auf Sobolev-Räumen	74
Aufgaben	83

2 Die diskrete Wavelet-Transformation	87
2.1 Wavelet-Frames	87
2.1.1 Einführung und Definition	87
2.1.1.1 Beispiele	105
2.1.2 Der Frame-Operator	106
2.2 Multi-Skalen-Analyse	110
2.2.1 Eindimensionale Multi-Skalen-Analyse	110
2.2.2 Mehrdimensionale Multi-Skalen-Analyse	128
2.3 Schnelle Wavelet-Transformation	132
2.4 Orthogonale eindimensionale Wavelets	142
2.4.1 Spline-Wavelets	143
2.4.2 Lösung von Skalierungsgleichungen	145
2.4.3 Orthogonale Wavelets mit kompaktem Träger	165
2.4.4 Eigenschaften der Daubechies-Wavelets	170
2.4.5 Biorthogonale Wavelets	184
2.4.6 Operatorangepaßte Wavelets	191
2.4.6.1 Wavelet-Vaguelette-Zerlegungen	193
2.4.6.2 Wavelet-Wavelet-Zerlegungen	198
2.4.7 Anmerkungen	202
2.4.7.1 Wavelets und Ableitungen	202
2.4.7.2 Wavelets auf dem Intervall	206
2.4.7.3 Coiflets	209
2.5 Orthogonale zweidimensionale Wavelets	210
2.5.1 Tensor-Wavelets	214
2.5.2 Induzierte Wavelets	215
2.5.3 Nicht-separable Wavelets für das Quincunx-Gitter	218
Aufgaben	233
3 Anwendungen der Wavelet-Transformation	237
3.1 Wavelet-Analyse eindimensionaler Signale	237
3.1.1 Vorbereitungen	237
3.1.2 EKG-Analyse	238
3.2 Qualitätsbeurteilung von Gewebe	241

3.2.1	Einführung	241
3.2.2	Qualitätsmaße, Anisotropie und Beispiele	243
3.3	Datenkompression in der digitalen Bildverarbeitung	246
3.4	Regularisierung Inverser Probleme	257
3.4.1	Schlecht gestellte Probleme	257
3.4.2	Wavelet-Galerkin-Verfahren	259
3.4.2.1	Approximation in Sobolev-Räumen	260
3.4.2.2	Ein numerisches Beispiel	263
3.4.3	Mollifier-Methoden	263
3.5	Wavelet-Galerkin-Methoden für Randwertprobleme	266
3.5.1	Zwei-Punkt-Randwertprobleme und ihre Diskretisierung durch Galerkin-Methoden	267
3.5.2	Wavelet-Galerkin-Methoden für Randwertprobleme	270
3.5.2.1	Die Wavelet-Ansatzräume	270
3.5.2.2	Das lineare Gleichungssystem	278
3.6	Schwarz-Iterationen	284
3.6.1	Wavelet-Galerkin-Diskretisierung des Modellproblems	284
3.6.2	Eine additive Schwarz-Iteration	288
3.6.3	Eine Abschätzung	295
3.6.4	Verallgemeinerung der Iteration auf Wavelet-Pakete-Räume	298
3.7	Ausblick auf zweidimensionale Randwertprobleme	304
3.7.1	Ein Penalierungs- und Einbettungsverfahren	304
3.7.2	Numerische Aspekte und Experimente	306
	Aufgaben	311
	Anhang: Fourier-Transformation	313
	Literaturverzeichnis	317
	Index	327