

# Inhalt

<b>I</b>	<b>Dynamische Systeme</b>	<b>9</b>
1	Definition des dynamischen Systems . . . . .	9
1.1	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	12
1.2	Zeitdiskrete Systeme . . . . .	15
1.3	Systeme auf dem Zylinder . . . . .	15
2	Typen der Bewegung eines dynamischen Systems . . . . .	20
3	Invariante Mengen. Grenzmengen. Zentrum . . . . .	23
4	Volumenänderung . . . . .	26
4.1	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	26
4.2	Zeitdiskrete Systeme . . . . .	28
5	Absorbierende Mengen und Attraktoren . . . . .	30
5.1	Definition des Attraktors . . . . .	30
5.2	Dissipative Systeme . . . . .	32
6	Äquivalenz dynamischer Systeme . . . . .	36
6.1	Topologisch äquivalente Differentialgleichungen . . . . .	36
6.2	Umparametrisierung von Differentialgleichungen . . . . .	38
6.3	Glättungssatz . . . . .	41
6.4	Autonome lineare Differentialgleichungen . . . . .	44
6.5	Linearisierung von Differentialgleichungen . . . . .	49
6.6	Topologisch konjugierte Abbildungen . . . . .	49
6.7	Linearisierung von Abbildungen . . . . .	51
6.8	Das Einbettungsproblem . . . . .	52
7	Hyperbolizität periodischer Orbits . . . . .	55
7.1	Floquet-Theorie bei Differentialgleichungen . . . . .	55
7.2	Poincaré-Abbildungen . . . . .	56
7.3	Floquet-Theorie für Abbildungen . . . . .	58
8	Stabile und instabile Mannigfaltigkeiten . . . . .	61
8.1	Invariante Untervektorräume . . . . .	61
8.2	Invariante Mannigfaltigkeiten von Ruhelagen . . . . .	62
8.3	Invariante Mannigfaltigkeiten von periodischen Orbits . . . . .	66
8.4	Invariante Mannigfaltigkeiten für Abbildungen . . . . .	72
9	Orbitale Stabilität und Lyapunov-Stabilität von Bewegungen . . . . .	75

9.1	Definitionen . . . . .	75
9.2	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	76
10	Stabilität von Ruhelagen dynamischer Systeme . . . . .	78
10.1	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	78
10.2	Zeitdiskrete Systeme . . . . .	83
11	Stabilität periodischer Bewegungen . . . . .	86
11.1	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	86
11.2	Zeitdiskrete Systeme . . . . .	88
12	Periodische Punkte von Abbildungen . . . . .	90
12.1	Existenz von Fixpunkten . . . . .	90
12.2	Existenz unendlich vieler Periodenpunkte . . . . .	91
12.3	Stückweise lineare Abbildungen . . . . .	94
12.4	Über das Fehlen invarianter Kurven . . . . .	96
12.5	Windungszahl . . . . .	97
13	Existenz periodischer Orbits bei Differentialgleichungen . . . . .	99
13.1	Verallgemeinertes Bendixson-Poincaré-Theorem . . . . .	99
13.2	Van der Pol-artige Differentialgleichungen . . . . .	100
13.3	Zyklen zweiter Art für Differentialgleichungen auf dem Zylinder . . . . .	102
13.4	Schwach gestörte Hamilton-Systeme . . . . .	104
13.5	Verallgemeinertes Bendixson-Dulac-Kriterium . . . . .	104
13.6	Index einer Ruhelage . . . . .	105
14	Zur Existenz rekurrenter und fast-periodischer Orbits . . . . .	107
14.1	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	107
14.2	Zeitdiskrete Systeme . . . . .	107
15	Strukturelle Stabilität . . . . .	109
15.1	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	109
15.2	Zeitdiskrete Systeme . . . . .	111
15.3	Morse-Smale-Systeme und Generizität . . . . .	112
<b>II</b>	<b>Bifurkationen in Morse-Smale-Systemen</b>	<b>115</b>
16	Reduktion auf die Zentrumsmannigfaltigkeit . . . . .	115
16.1	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	115
16.2	Zeitdiskrete Systeme . . . . .	116
17	Bifurkationen nahe einer Ruhelage... . . . .	118
17.1	Zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	118
17.2	Zeitdiskrete Systeme . . . . .	126
18	Bifurkationen in einparametrischen Differentialgleichungen . . . . .	132
19	Bifurkationen in zweiparametrischen Differentialgleichungen . . . . .	135
20	Bifurkationen der Abspaltung periodischer Orbits . . . . .	139

<b>III</b>	<b>Chaotische dynamische Systeme</b>	<b>145</b>
21	Shifts, Hufeisen und transversale homokline Punkte . . . . .	145
21.1	Bernoulli-Shifts . . . . .	145
21.2	Expandierende Abbildungen . . . . .	147
21.3	Hufeisenabbildungen . . . . .	149
21.4	Hyperbolische Mengen . . . . .	151
21.5	Homokline Bifurkationen und Shift-Abbildungen . . . . .	154
22	Invariante Maße, Ergodizität und Mischen . . . . .	161
22.1	Invariante Maße . . . . .	161
22.2	Ergodizität und Mischen . . . . .	164
22.3	Konstruktion des natürlichen invarianten Maßes . . . . .	167
22.4	Autokorrelationsfunktion, Zentraler Grenzwertsatz und Leistungsspektrum . . . . .	169
23	Lyapunov-Exponenten . . . . .	172
23.1	Charakteristische Exponenten . . . . .	172
23.2	Der Satz von Oseledec . . . . .	173
23.3	Lyapunov-Exponenten $k$ -ter Ordnung . . . . .	177
24	Entropien und Druck . . . . .	179
24.1	Topologische Entropie . . . . .	179
24.2	Maßtheoretische Entropie . . . . .	184
25	Dimensionen . . . . .	188
25.1	Hausdorff-Dimension . . . . .	188
25.2	Kapazitive Dimension . . . . .	192
25.3	Dimension eines Maßes . . . . .	195
25.4	Dimensionsspektrum . . . . .	196
25.5	Dimension, Entropie, Lyapunov-Exponenten, Druck . . . . .	198
25.6	Dimensionsschranken für invariante Mengen dynamischer Systeme .	201
26	Übergänge zum Chaos . . . . .	207
26.1	Typen chaotischer Systeme . . . . .	207
26.2	Dynamik komplexwertiger Abbildungen . . . . .	214
26.3	Allgemeine Routen ins Chaos . . . . .	219
	<b>Anhang</b>	<b>227</b>
A1	Metrische Räume, Borel-Mengen und Maße . . . . .	227
A2	Jordansche Normalformen von Matrizen . . . . .	229
A3	Assoziierte Matrizen, äußere Produkte und äußere Potenzen . . . .	230
	<b>Aufgaben</b>	<b>232</b>
	<b>Literatur</b>	<b>239</b>
	<b>Index</b>	<b>247</b>