

# I N H A L T.

## I. Analytischer Theil.

### Erster Abschnitt.

#### Die elliptischen Integrale.

	Seite
§. 1. Definition der elliptischen Integrale . . . . .	3
§. 2. Doppelverhältnisse . . . . .	5
§. 3. Die Legendre'sche Normalform . . . . .	7
§. 4. Die Weierstrass'sche Normalform . . . . .	11
§. 5. Das Jacobi'sche Transformationsprincip . . . . .	15
§. 6. Die Transformation zweiten Grades . . . . .	17
§. 7. Die Transformation dritten Grades . . . . .	20
§. 8. Die drei Gattungen elliptischer Integrale . . . . .	23
§. 9. Das Additionstheorem . . . . .	27
§. 10. Ursprung der elliptischen Functionen . . . . .	33

### Zweiter Abschnitt.

#### Theta-Functionen.

§. 11. Voraussetzungen aus der Functionentheorie . . . . .	35
§. 12. Das Periodenparallelogramm . . . . .	37
§. 13. Die Functionen $T$ . . . . .	39
§. 14. Die Charaktere der $T$ -Functionen . . . . .	42
§. 15. Relationen zwischen verwandten $T$ -Functionen . . . . .	43
§. 16. $T$ -Functionen erster Ordnung . . . . .	46
§. 17. Die $\vartheta$ -Functionen . . . . .	48
§. 18. Die Theta-Functionen verschiedener Charakteristiken. Haupt- charakteristiken . . . . .	50
§. 19. Das Additionstheorem . . . . .	55
§. 20. Die Derivirten der $\vartheta$ -Functionen . . . . .	58
§. 21. Darstellung der $\vartheta$ -Functionen durch unendliche Producte . . . . .	61
§. 22. Darstellung der $\vartheta$ -Functionen durch unendliche Reihen . . . . .	63

## Dritter Abschnitt.

## Die Transformation der Theta-Functionen.

	Seite
§. 23. Das Transformationsprincip . . . . .	67
§. 24. Zusammensetzung der Transformationen . . . . .	69
§. 25. Zusammensetzung der Transformationen aus einfacheren . . . . .	73
§. 26. Die linearen Fundamentaltransformationen der $\vartheta$ -Functionen . . . . .	76
§. 27. Die Haupttransformationen zweiter Ordnung der $\vartheta$ -Functionen . . . . .	78
§. 28. Die Haupttransformationen ungerader Ordnung . . . . .	83
§. 29. Die Functionen $\eta(\omega)$ , $f(\omega)$ , $f_1(\omega)$ , $f_2(\omega)$ . . . . .	85
§. 30. Die Weierstrass'sche $\sigma$ -Function . . . . .	89
§. 31. Die Functionen $\sigma_{00}$ , $\sigma_{01}$ , $\sigma_{10}$ . . . . .	93
§. 32. Darstellung der $\sigma$ -Functionen durch $\vartheta$ -Functionen . . . . .	95
§. 33. Lineare Transformation der Function $\eta(\omega)$ . . . . .	97
§. 34. Lineare Transformation der $\vartheta$ -Functionen . . . . .	103
§. 35. Lineare Transformation der Functionen $f(\omega)$ , $f_1(\omega)$ , $f_2(\omega)$ . . . . .	105

## Vierter Abschnitt.

## Die elliptischen Functionen.

§. 36. Zusammenhang der $\vartheta$ -Functionen mit den elliptischen Integralen . . . . .	108
§. 37. Jacobi's elliptische Functionen . . . . .	110
§. 38. Die Jacobi'schen Functionen $\Theta(v)$ , $H(v)$ . . . . .	113
§. 39. Additionstheorem der elliptischen Functionen . . . . .	115
§. 40. Die lineare Transformation der elliptischen Functionen . . . . .	119
§. 41. Die Weierstrass'sche $\wp$ -Function . . . . .	122
§. 42. Die elliptischen Transcendenten zweiter Gattung . . . . .	125
§. 43. Die elliptischen Transcendenten dritter Gattung . . . . .	128
§. 44. Die Transcendenten zweiter und dritter Gattung von Weierstrass . . . . .	130
§. 45. Entwicklungen der elliptischen Functionen . . . . .	133

## Fünfter Abschnitt.

## Die Modulfuctionen.

§. 46. Die elliptischen Differentialgleichungen . . . . .	138
§. 47. Die Lösungen der Gleichung $j(\omega) = j(\omega')$ . . . . .	139
§. 48. Die unabhängige Variable $x^2$ . Lineare Differentialgleichung für $K$ . . . . .	142
§. 49. Die Modulfuctionen . . . . .	147
§. 50. Darstellung der elliptischen Functionen durch $v$ und $x^2$ . . . . .	151

## Sechster Abschnitt.

## Einige Anwendungen der elliptischen Functionen.

§. 51. Oberfläche des Ellipsoids . . . . .	156
§. 52. Theorie der Rotation eines Körpers um seinen Schwerpunkt . . . . .	161

## II. Algebraischer Theil.

### Siebenter Abschnitt.

#### Hilfssätze aus der Algebra.

	Seite
§. 53. Endliche Gruppen . . . . .	173
§. 54. Abel'sche Gruppen . . . . .	177
§. 55. Algebraische Grundbegriffe . . . . .	180
§. 56. Die Galois'sche Gruppe der Gleichung $f(x) = 0$ . . . . .	185
§. 57. Reduction der Galois'schen Gruppe durch Adjunction . . . . .	187
§. 58. Reduction durch Wurzeln reiner Gleichungen. Abel'sche Gleichungen . . . . .	190
§. 59. Ganze algebraische Zahlen und ganze algebraische Functionen einer Veränderlichen . . . . .	195

### Achter Abschnitt.

#### Multiplication und Theilung der elliptischen Functionen.

§. 60. Multiplication der elliptischen Functionen . . . . .	202
§. 61. Multiplication der Function $\wp(u)$ . . . . .	207
§. 62. Die Theilung durch 2 . . . . .	211
§. 63. Die Theilung durch eine ungerade Zahl . . . . .	212
§. 64. Die Theilung der Perioden . . . . .	215
§. 65. Die Abel'schen Relationen . . . . .	216
§. 66. Die Galois'sche Gruppe der Theilungsgleichung . . . . .	219
§. 67. Die irreducibeln Factoren der Theilungsgleichung . . . . .	226
§. 68. Zurückführung der Theilungsgleichung auf Transformationsgleichungen . . . . .	227

### Neunter Abschnitt.

#### Theorie der Transformationsgleichungen.

§. 69. Bildung von Transformationsgleichungen . . . . .	234
§. 70. Besondere Transformationsgleichungen . . . . .	239
§. 71. Zweite Darstellung der Wurzeln der Transformationsgleichungen . . . . .	242
§. 72. Die Invariantengleichung . . . . .	247
§. 73. Die invarianten Transformationsgleichungen . . . . .	255
§. 74. Die Transformationsgleichungen für $\gamma_2$ und $\gamma_3$ . . . . .	257
§. 75. Die invarianten Multiplicatorgleichungen . . . . .	259
§. 76. Die Schläfli'schen Modulargleichungen . . . . .	267
§. 77. Die Form der Schläfli'schen Modulargleichungen für einen Primzahlgrad . . . . .	275
§. 78. Die irrationalen Formen der Modulargleichungen . . . . .	279
§. 79. Zusammengesetzte Transformationsgrade . . . . .	284

## Zehnter Abschnitt.

Die Gruppe der Transformationsgleichungen und die Gleichung  
fünftens Grades.

	Seite
§. 80. Die Galois'sche Gruppe der Transformationsgleichungen für einen Primzahlgrad . . . . .	291
§. 81. Untersuchung der Gruppe $\mathfrak{L}_0$ . . . . .	296
§. 82. Eigentliche Divisoren der Gruppe $\mathfrak{L}_0$ . . . . .	300
§. 83. Uneigentliche Divisoren von $\mathfrak{L}_0$ . . . . .	305
§. 84. Divisoren vom Index $p$ für $p = 5, 7, 11$ . . . . .	311
§. 85. Verschiedene Resolventen fünftens Grades für den fünften Trans- formationsgrad . . . . .	316

## III. Zahlentheoretischer Theil.

## Elfter Abschnitt.

## Complexe Multiplication.

§. 86. Ursprung der complexen Multiplication . . . . .	327
§. 87. Die singulären Werthe der Invariante $j(\omega)$ . . . . .	330
§. 88. Die Classeninvarianten . . . . .	333
§. 89. Beziehungen zwischen den Classeninvarianten erster und zweiter Art . . . . .	338
§. 90. Beziehungen zwischen Classeninvarianten, deren Determinanten in quadratischem Verhältniss stehen . . . . .	342
§. 91. Die Factoren der Discriminante der Invariantengleichung . .	345

## Zwölfter Abschnitt.

## Berechnung von Classeninvarianten.

§. 92. Die Classeninvariante $\gamma_2$ . . . . .	350
§. 93. Die Classeninvariante $f(\omega)^{24}$ . . . . .	355
§. 94. Die Potenzen von $f(\omega)$ als Classeninvarianten . . . . .	360
§. 95. Die ersten Fälle der Berechnung von $f(\sqrt{-m})$ . . . . .	367
§. 96. Anwendung der Transformation zweiter Ordnung zur Berech- nung von Classeninvarianten . . . . .	369
§. 97. Berechnung von Classeninvarianten aus den Schläfli'schen Modulargleichungen . . . . .	370
§. 98. Berechnung von Classeninvarianten aus den irrationalen Formen der Modulargleichungen . . . . .	378
§. 99. Die Schläfli'sche Modulargleichung für den 23ten Trans- formationsgrad . . . . .	382
§. 100. Die Resolvente 7ten Grades für den 7ten Transformationsgrad	384

Dreizehnter Abschnitt.

**Die Multiplicatorgleichung in der complexen Multiplication und die Zerfällung der Classengleichung in Factoren.**

	Seite
§. 101. Die Classenzahlrelation . . . . .	393
§. 102. Die Classeninvariante $\gamma_3(\omega)$ . . . . .	402
§. 103. Zerlegung der Classengleichung durch Adjunction von $\sqrt{m}$ . . . . .	406
§. 104. Quadratische Transformationsgrade . . . . .	408
§. 105. Die Geschlechter der quadratischen Formen . . . . .	411
§. 106. Zerfällung der Classengleichung . . . . .	413
§. 107. Beispiele . . . . .	421

Vierzehnter Abschnitt.

**Galois'sche Gruppe der Classengleichung.**

§. 108. Composition der quadratischen Formen . . . . .	425
§. 109. Relationen zwischen den Classeninvarianten derselben Determinante. Auflösbarkeit der Classengleichung . . . . .	431
§. 110. Irreducibilität . . . . .	438
§. 111. Ueber die Primideale des Körpers $\mathfrak{K}$ . . . . .	448

Fünfzehnter Abschnitt.

**Die Normen der Classeninvarianten  $f(\omega)$ .**

§. 112. Convergenz einer unendlichen Reihe . . . . .	454
§. 113. Die Kronecker'sche Grenzformel . . . . .	456
§. 114. Die Normen der Classeninvarianten $f(\omega)$ . . . . .	463
§. 115. Partialnormen von $f(\omega)$ . . . . .	471
§. 116. Berechnung einiger weiterer Classeninvarianten . . . . .	476

Sechzehnter Abschnitt.

**Theilung der elliptischen Functionen mit singulären Moduln.**

§. 117. Die complexe Multiplication der elliptischen Functionen . . . . .	480
§. 118. Theilung durch eine Primzahl, von welcher $-f$ quadratischer Rest ist . . . . .	486
§. 119. Theilung durch eine Primzahl, von welcher $-f$ quadratischer Nichtrest ist . . . . .	489
§. 120. Irreducibilität der Theilungsgleichung . . . . .	491

**A n h a n g.**

Verzeichniss von Classeninvarianten . . . . .	499
---	-----