

TABLE DES MATIÈRES

LIVRE I

ESPACES LINÉAIRES A SEMI-NORMES

I. ESPACES LINÉAIRES

Définition	1
Dimension des espaces linéaires	3
Combinaison linéaire d'ensembles	5
Ensembles linéaires et absolument convexes	7
Enveloppes linéaire et absolument convexe	10
Codimension des sous-espaces linéaires de E	14

II. SEMI-NORMES

Définition et premières propriétés	16
Semi-boules	18
Semi-normes associées aux ensembles absolument convexes absorbants	21
Comparaison des semi-normes	24
Comparaison des ensembles de semi-normes	26
Ensembles filtrants et séparants de semi-normes	29
Espaces linéaires à semi-normes	32

III. CONVERGENCE

Suites convergentes	38
Suites de Cauchy et ensembles complets	42
Séries	44
Complétion d'un espace à semi-normes dénombrables	47

IV. OUVERTS ET FERMÉS

Ouverts et fermés	48
Intérieur, adhérence, frontière	54
Fermés pour les suites	61
Ensembles denses	63
Ensembles séparables	67

V. BORNÉS

VI. PRÉCOMPACTS, COMPACTS ET EXTRACTABLES

Précompacts	73
Compacts et extractables	84

Théorèmes de renforcement des systèmes de semi-normes	94
Relations entre compacts, extractables et précompacts	96
Théorèmes de génération continue	99

VII. ESPACES PARTICULIERS

Espaces de Baire	109
Théorèmes d'absorption	111
Espaces tonnelés, bornologiques, évaluables	114
Espaces de Schwartz	119

VIII. LIMITE INDUCTIVE, PRODUIT, QUOTIENT

Limite inductive d'espaces linéaires à semi-normes	121
Limites inductives stricte et hyperstricte.	125
Propriétés d'invariance des semi-normes de E	130
Produit fini d'espaces linéaires à semi-normes	132
Espace quotient	142

LIVRE II

DUAL D'UN ESPACE LINÉAIRE A SEMI-NORMES

I. FONCTIONNELLES LINÉAIRES

Généralités	149
Suites finies biorthogonales	152

II. FONCTIONNELLES LINÉAIRES BORNÉES

Généralités	158
Fonctionnelles linéaires continues et fermées.	169
Deux espaces auxiliaires	170
Borne supérieure des valeurs d'une fonctionnelle dans un ensemble de E ou de E^*	172
Prolongement des fonctionnelles linéaires bornées	176
Représentation des semi-normes	184
Construction de suites finies biorthogonales	185
Théorème de l'enveloppe linéaire fermée	188
Théorème de séparation	189
Théorème de l'enveloppe absolument convexe fermée.	191
Un critère de bornation d'une fonctionnelle linéaire	192
Polaires et antipolaires	193
Théorème de précompacité réciproque	200

III. ESPACE AFFAIBLI E_α

IV. DUAUX

Systèmes de semi-normes du dual	217
Ensembles équibornés	222
Ensembles équicontinus.	224
Polaires de semi-boules	224
Propriétés de séparabilité de E^*	228

Critères de fermeture dans E^*	230
Théorèmes de paramétrisation continue dans E^*	238

V. DUAUX PARTICULIERS

Espace E_s^*	240
Espace $E_{\beta c}^*$ et duaux apparentés	244
Espace E_b^*	251

VI. ESPACES NUCLÉAIRES

Généralités	267
Premières propriétés	275
Critères théoriques de nucléarité	277
Propriétés de permanence	288
Critères pratiques de nucléarité	293
Nouveaux critères de nucléarité	297

VII. FONCTIONNELLES BILINÉAIRES ET PRODUITS TENSORIELS

Fonctionnelles bilinéaires	312
Fonctionnelles bilinéaires bornées	313
Fonctionnelles bilinéaires continues	317
Fonctionnelles bilinéaires séparément bornées	319
Fonctionnelles bilinéaires intégrales	323
Produit tensoriel $E \otimes F$	327
Produits tensoriels $E \pi F$ et $E \varepsilon F$	331
Espaces $E \pi F$ et $E \varepsilon F$	341

VIII. ESPACES COMPLEXES MODULAIRES

Espaces complexes	349
Espaces complexes modulaires	351
Fonctionnelles linéaires réelles et positives	356

IX. FONCTIONNELLES MULTIPLICATIVES

Algèbres de Banach commutatives avec unité	365
Idéaux de A	370
Fonctionnelles multiplicatives	372
Existence des fonctionnelles multiplicatives	374
Conséquences du théorème d'existence	377
Ensemble \mathcal{M} des fonctionnelles multiplicatives	379
Théorème de réalisation de I. M. Gelfand	384

LIVRE III

OPÉRATEURS DANS LES ESPACES LINÉAIRES A SEMI-NORMES

I. OPÉRATEURS LINÉAIRES

Opérateurs linéaires	389
Opérateurs bornés	392
Opérateurs continus	404
Opérateurs fermés	405

Théorème de l'opérateur fermé	408
Théorèmes de comparaison de semi-normes	421
Opérateurs complètement bornés	425
Opérateurs compacts	427
Opérateurs finis	430
Opérateur inverse	432
Opérateur adjoint	442
Opérateurs réels et positifs d'un espace complexe dans un autre	444

II. ESPACES D'OPÉRATEURS BORNÉS

Systèmes de semi-normes de $\mathcal{L}(E, F)$	446
Ensembles équibornés et équicontinus	450
Espaces \mathcal{F} -accessibles	455
Séparabilité de $\mathcal{L}(E, F)$	457
Espace $\mathcal{L}_s(E, F)$	459
Espace $\mathcal{L}_{pc}(E, F)$ et espaces apparentés	463
Espace $\mathcal{L}_b(E, F)$	468

III. FONCTIONS DÉFINIES DANS UN ESPACE EUCLIDIEN ET A VALEURS DANS UN ESPACE LINÉAIRE A SEMI-NORMES

Fonctions	473
Fonctions continues	474
Fonctions dérivables	479
Intégration des fonctions continues dans un compact de E_n	486
Théorèmes de représentation intégrale	491
Fonctions holomorphes	493
Intégrales sur des contours	495
Séries de puissances positives	498
Séries de puissances négatives	503

IV. THÉORIE SPECTRALE DES OPÉRATEURS BORNÉS

Généralités	508
Résolvant et spectre d'un opérateur borné	510
Résolvant et spectre d'un opérateur honnête	515
Propriétés spectrales des opérateurs positifs	523
Intégrales spectrales	526
Exemples d'intégrales spectrales	530
Compléments sur les opérateurs linéaires	537
Une propriété des opérateurs compacts	543
Classes d'opérateurs associées aux opérateurs compacts	545
Spectre des opérateurs compacts	551

BIBLIOGRAPHIE	557
-------------------------	-----

INDEX	559
-----------------	-----