

## TABLE DES MATIÈRES.

---

PRÉFACE. . . . .	III
<b>INTRODUCTION. A. L'intégrale de Lebesgue-Stieltjes.</b>	
§ 1. Quelques théorèmes de la théorie de l'intégrale de Lebesgue . . . . .	1
§ 2. Quelques inégalités pour les fonctions à $p$ -ième puissance sommable . . . . .	2
§ 3. La convergence asymptotique. . . . .	3
§ 4. La convergence en moyenne . . . . .	4
§ 5. L'intégrale de Stieltjes . . . . .	4
§ 6. Le théorème de Lebesgue . . . . .	7
<b>B. Ensembles et opérations mesurables (<math>B</math>) dans les espaces métriques.</b>	
§ 7. Espaces métriques . . . . .	8
§ 8. Ensembles dans les espaces métriques . . . . .	12
§ 9. Opérations dans les espaces métriques . . . . .	15
<b>CHAPITRE I. Groupes.</b>	
§ 1. Définition des espaces du type ( $G$ ) . . . . .	20
§ 2. Propriétés des sous-groupes . . . . .	21
§ 3. Opérations additives et linéaires . . . . .	23
§ 4. Un théorème sur la condensation des singularités . . . . .	24
<b>CHAPITRE II. Espaces vectoriels généraux.</b>	
§ 1. Définition et propriétés élémentaires des espaces vectoriels . . . . .	26
§ 2. Extension des fonctionnelles additives et homogènes . . . . .	27
§ 3. Applications: généralisation des notions d'intégrale, de mesure et de limite . . . . .	29
<b>CHAPITRE III. Espaces du type (<math>F</math>).</b>	
§ 1. Définition et préliminaires . . . . .	35
§ 2. Opérations homogènes . . . . .	36

§ 3. Séries d'éléments. Inversion des opérations linéaires . . . . .	37
§ 4. Fonctions continues sans dérivée . . . . .	43
§ 5. La continuité des solutions des équations différentielles aux dérivées partielles . . . . .	44
§ 6. Systèmes d'équations linéaires à une infinité d'inconnues . . . . .	47
§ 7. Applications de l'espace $(s)$ . . . . .	50

#### CHAPITRE IV. **Espaces normés.**

§ 1. Définitions des espaces vectoriels normés et des espaces du type $(B)$	53
§ 2. Propriétés des opérations linéaires. Extension des fonctionnelles linéaires . . . . .	54
§ 3. Ensembles fondamentaux et ensembles totaux d'éléments . . . . .	57
§ 4. Forme générale des fonctionnelles linéaires dans les espaces $(C)$ , $(L^{(r)})$ , $(c)$ , $(l^{(r)})$ , $(m)$ et dans les sous-espaces de $(m)$ . . . . .	59
§ 5. Suites fermées et complètes dans les espaces $(C)$ , $(L^{(r)})$ , $(c)$ et $(l^{(r)})$ .	72
§ 6. Approximation des fonctions appartenant à $(C)$ et $(L^{(r)})$ par des combinaisons linéaires de fonctions . . . . .	73
§ 7. Le problème des moments . . . . .	74
§ 8. Conditions pour l'existence des solutions de certains systèmes d'équations à une infinité d'inconnues . . . . .	76

#### CHAPITRE V. **Espaces du type $(B)$ .**

§ 1. Opérations linéaires dans les espaces du type $(B)$ . . . . .	78
§ 2. Principe de condensation des singularités . . . . .	81
§ 3. Espaces du type $(B)$ compacts . . . . .	83
§ 4. Une propriété des espaces $(L^{(r)})$ , $(c)$ et $(l^{(r)})$ . . . . .	84
§ 5. Espaces du type $(B)$ formés de fonctions mesurables . . . . .	86
§ 6. Exemples des opérations linéaires dans quelques espaces particuliers du type $(B)$ . . . . .	88
§ 7. Quelques théorèmes sur les méthodes de sommation . . . . .	90

#### CHAPITRE VI. **Opérations totalement continues et associées.**

§ 1. Opérations totalement continues . . . . .	96
§ 2. Exemples des opérations totalement continues dans quelques espaces particuliers . . . . .	97
§ 3. Opérations conjuguées (associées) . . . . .	99
§ 4. Applications. Exemples des opérations conjuguées dans quelques espaces particuliers . . . . .	101

**CHAPITRE VII. Suites biorthogonales.**

§ 1. Définition et propriétés générales . . . . .	106
§ 2. Suites biorthogonales dans quelques espaces particuliers . . . . .	108
§ 3. Bases dans les espaces du type $(B)$ . . . . .	110
§ 4. Quelques applications à la théorie des développements orthogonaux . . . . .	112

**CHAPITRE VIII. Fonctionnelles linéaires dans les espaces du type  $(B)$ .**

§ 1. Préliminaires . . . . .	115
§ 2. Ensembles régulièrement fermés de fonctionnelles linéaires . . . . .	116
§ 3. Ensembles transfinement fermés de fonctionnelles linéaires . . . . .	118
§ 4. Convergence faible des fonctionnelles linéaires . . . . .	122
§ 5. Ensembles faiblement fermés de fonctionnelles linéaires dans les espaces du type $(B)$ séparables . . . . .	123
§ 6. Conditions pour la convergence faible des fonctionnelles linéaires définies dans les espaces $(C)$ , $(L(p))$ , $(c)$ et $(l(p))$ . . . . .	126
§ 7. Compacité faible d'ensembles bornés dans certains espaces . . . . .	130
§ 8. Fonctionnelles linéaires faiblement continues définies dans les espaces des fonctionnelles linéaires . . . . .	131

**CHAPITRE IX. Suites faiblement convergentes d'éléments.**

§ 1. Définition. Conditions pour la convergence faible des suites d'éléments . . . . .	133
§ 2. Convergence faible des suites d'éléments dans les espaces $(C)$ , $(L(p))$ , $(c)$ et $(l(p))$ . . . . .	134
§ 3. Relation entre la convergence faible et forte dans les espaces $(L(p))$ et $(l(p))$ pour $p > 1$ . . . . .	139
§ 4. Espaces faiblement complets . . . . .	140
§ 5. Un théorème sur la convergence faible d'éléments . . . . .	143

**CHAPITRE X. Equations fonctionnelles linéaires.**

§ 1. Relations entre les opérations linéaires et les opérations conjuguées avec elles . . . . .	145
§ 2. La théorie de Riesz des équations linéaires totalement continues . . . . .	151
§ 3. Valeurs régulières et valeurs propres dans les équations linéaires . . . . .	157
§ 4. Théorèmes de Fredholm dans la théorie des équations linéaires totalement continues . . . . .	159
§ 5. Equations intégrales de Fredholm . . . . .	161
§ 6. Equations intégrales de Volterra . . . . .	162
§ 7. Equations intégrales symétriques . . . . .	163

CHAPITRE XI. **Isométrie, équivalence, isomorphie.**

§ 1. Isométrie. . . . .	165
§ 2. Les espaces $(L^2)$ et $(l^2)$ . . . . .	165
§ 3. Transformations isométriques des espaces vectoriels normés . . . . .	166
§ 4. Espace des fonctions réelles continues . . . . .	168
§ 5. Rotations . . . . .	173
§ 6. Isomorphie et équivalence . . . . .	180
§ 7. Produits des espaces du type $(B)$ . . . . .	181
§ 8. Espace $(C)$ comme l'espace universel. . . . .	185
§ 9. Espaces conjugués . . . . .	188

CHAPITRE XII. **Dimension linéaire.**

§ 1. Définitions . . . . .	193
§ 2. Dimension linéaire des espaces $(c)$ et $(l(p))$ où $p \geq 1$ . . . . .	194
§ 3. Dimension linéaire des espaces $(L(p))$ et $(l(p))$ où $p > 1$ . . . . .	197

ANNEXE. **Convergence faible dans les espaces du type  $(B)$ .**

§ 1. Les dérivés faibles des ensembles de fonctionnelles linéaires . . . . .	208
§ 2. Convergence faible des éléments . . . . .	217

REMARQUES . . . . .	226
---------------------	-----

NOTE. <b>Sur la mesure de Haar</b> . . . . .	247
--	-----

AUTEURS CITÉS . . . . .	256
-------------------------	-----

INDEX TERMINOLOGIQUE. . . . .	257
-------------------------------	-----