

# INHALTSVERZEICHNIS

<i>Einleitung</i> . . . . .	8
<b>KAPITEL I</b>	
<i>Topologische Strukturen</i> . . . . .	11
§ 1. Gerichtete Systeme und Filter . . . . .	11
§ 2. Topologische Strukturen . . . . .	16
a) Definition des topologischen Raumes . . . . .	16
b) Einige einfache topologische Begriffe . . . . .	19
c) Äquivalente Axiomensysteme für topologische Strukturen . . . . .	22
d) Vergleich von Topologien; induzierte Topologie, Produkttopologie . . . . .	24
§ 3. Konvergenz und Stetigkeit . . . . .	27
a) Limites, Berührungspunkte . . . . .	27
b) Stetige Abbildungen . . . . .	30
§ 4. Topologien mit besonderen Eigenschaften . . . . .	34
a) Trennungsaxiome . . . . .	34
b) Kompaktheit . . . . .	40
c) Abzählbarkeitsaxiome . . . . .	46
<b>KAPITEL II</b>	
<i>Uniforme Strukturen</i> . . . . .	49
§ 1. Uniforme Räume . . . . .	49
a) Grundlegende Definitionen . . . . .	49
b) Die Topologie uniformer Räume . . . . .	52
c) Eigenschaften uniformer Räume . . . . .	53
§ 2. Metrische Räume . . . . .	58
a) Definition der metrischen Räume und ihrer uniformen Struktur . . . . .	58
b) Die Topologie metrischer Räume . . . . .	63
c) Die uniforme Struktur metrischer Räume . . . . .	67
d) Der Satz von BAIRE . . . . .	71
§ 3. Pseudometrische Räume . . . . .	73
§ 4. Uniformisierung, Metrisierung . . . . .	75
<b>KAPITEL III</b>	
<i>Lineare Räume</i> . . . . .	78
§ 1. Die Grundlagen der Theorie der linearen Räume . . . . .	79
a) Definition des linearen Raumes . . . . .	79
b) Lineare Teilräume . . . . .	82
c) Die Basen eines linearen Raumes . . . . .	85
§ 2. Konvexe und ausgeglichene Mengen . . . . .	88
a) Der Begriff der Konvexität . . . . .	88
b) Die Distanzfunktion . . . . .	92

§ 3. Lineare Abbildungen . . . . .	95
a) Lineare Abbildungen . . . . .	95
b) Der algebraisch duale Raum . . . . .	99

## KAPITEL IV

<i>Topologische lineare Räume</i> . . . . .	106
§ 1. Definition und grundlegende Eigenschaften des topologischen linearen Raumes . . . . .	106
a) Definition des topologischen linearen Raumes . . . . .	106
b) Eigenschaften der Topologie eines topologischen linearen Raumes . . . . .	110
c) Teilraum, Quotientenraum, Produktraum . . . . .	114
d) Beschränkte Mengen . . . . .	118
§ 2. Lokalkonvexe Räume . . . . .	123
§ 3. Normierte Räume . . . . .	126
a) Normierte Räume . . . . .	126
b) Konvexität in normierten Räumen . . . . .	132
c) Banachräume . . . . .	137
§ 4. Hilberträume . . . . .	141
a) Skalarprodukte . . . . .	141
b) Hilberträume . . . . .	147

## KAPITEL V

<i>Stetige lineare Funktionale</i> . . . . .	155
§ 1. Die Existenz stetiger linearer Funktionale . . . . .	156
§ 2. Der Dualraum. Schwache Topologie – starke Topologie . . . . .	163
§ 3. Der Dualraum eines normierten Raumes. Reflexivität . . . . .	171

## KAPITEL VI

<i>Funktionsräume</i> . . . . .	182
§ 1. Die Räume $L^p[a, b]$ . . . . .	183
a) $L^p[a, b]$ , $1 \leq p < \infty$ . . . . .	183
b) $L^\infty[a, b]$ . . . . .	194
§ 2. Die Räume $C_n[a, b]$ . . . . .	198
a) $C_0[a, b]$ . . . . .	198
b) $C_n[a, b]$ , $n \geq 1$ . . . . .	209
§ 3. Der Raum der Distributionen . . . . .	212
§ 4. Sobolev-Räume . . . . .	223
<i>Literaturverzeichnis</i> . . . . .	233
<i>Liste der Symbole und Abkürzungen</i> . . . . .	235
<i>Register</i> . . . . .	237
<i>Axiomensysteme (ein Falblatt)</i>	