

CHAPITRE 1 : MESURES VECTORIELLES

1.1	Fonctions d'ensembles.....	1
1.2	Fonctions additives bornées.....	9
	Les espaces $ba(\Sigma, E)$ et $ca(\Sigma, E)$ .....	11
1.3	Questions d'équicontinuité.....	13
1.4	Le théorème de Vitali-Hahn-Saks et ses conséquences.....	18
	Théorème de Vitali-Hahn-Saks.....	18
	Théorème de Nikodym.....	19
	Théorème de Brooks-Jewett.....	21
1.5	Questions d'ordre dans les espaces $ba(\Sigma)$ et $ca(\Sigma)$ .....	22
	Eléments étrangers dans $ba(\Sigma)$ .....	25
	Les fae purement additives.....	27
	Application à l'anneau $\mathcal{F}(I)$ .....	28
	Le lemme de Phillips.....	31
	Le lemme de Schur.....	31
1.6	Le théorème d'Orlicz-Pettis.....	32

CHAPITRE 2 : COMPACITE FAIBLE

2.1	Les théorèmes d'Eberlein, Šmulian et Krein.....	37
	Le théorème d'Eberlein.....	37
	Le théorème de Šmulian.....	41
	Le théorème de Krein.....	44
2.2	Rappels de théorie de l'intégration.....	47
	Mesures positives régulières.....	47
	Mesure extérieure.....	47
	Intégrale supérieure.....	48

	Intégrale et fonctions intégrables.....	49
	Le théorème de Radon-Nikodym.....	50
	La décomposition de Lebesgue.....	53
	La dualité des espaces $L^p(\Sigma, \eta)$ .....	55
	L'espace $\tilde{L}^\infty(\Sigma, \eta)$ .....	57
2.3	Compacité faible dans $L^1(\Sigma, \eta)$ .....	59
	Théorème de Dunford-Pettis-Dieudonné.....	59
	Applications à l'espace $L^1(\Sigma, \eta)$ .....	63
2.4	Compacité faible dans $ca(\Sigma)$ .....	65
	Théorème de Bartle-Dunford-Schwartz.....	66
	Compacité faible et régularité intérieure.....	69
2.5	Mesures de Radon bornées sur un espace complètement régulier.....	73
	Théorème de Riesz-Alexandroff.....	74
	Théorème de Grothendieck.....	76
	La topologie étroite sur $M_1(T)$ .....	80
	Théorème de Prokhorov.....	80

### CHAPITRE 3 : INTEGRATION VECTORIELLE

3.1	Intégrale de Bochner.....	82
	Propriétés des fonctions intégrables.....	85
	Théorème de Lebesgue.....	88
	La mesure vectorielle $\vec{\mu} = \vec{f}\eta$ .....	89
3.2	Propriétés scalaires.....	91
	Fonctions totalement mesurables.....	92
3.3	Intégrale de Pettis.....	98
	La propriété (GDF).....	98
	Fonctions Pettis-intégrables.....	100
	La mesure vectorielle $\vec{\mu} = \vec{f}\eta$ .....	101
	Un exemple.....	105
3.4	Intégration par rapport à une mesure vectorielle.....	109
	Intégration des fonctions étagées.....	110

	Intégration des fonctions $\Sigma$ -mesurables.....	111
	Propriétés des fonctions $\vec{\mu}$ -intégrables.....	114
	Le théorème de convergence dominée de Lebesgue.....	115
3.5	Application aux espaces $C(S)$ .....	117
	Opérateurs compacts et opérateurs faiblement compacts.....	117
	Représentation intégrale d'un opérateur faiblement compact $T : C(S) \rightarrow E$ .....	121
	Théorème de Grothendieck.....	122
	Application aux espaces d'opérateurs.....	124
	Décomposition spectrale d'un opérateur normal.....	126

CHAPITRE 4 : LE THEOREME DE RADON-NIKODYM

4.1	Le théorème général.....	129
	Théorème de Moedomo-Uhl : condition nécessaire.....	130
	Théorème de Dunford-Pettis.....	132
	Théorème de Phillips.....	137
	Théorème de Moedomo-Uhl : condition suffisante.....	139
4.2	Espaces de Radon-Nikodym.....	142
	Exemples.....	143
	Cas des espaces réflexifs.....	146
	Cas des duals séparables.....	147
	Théorème de Rønnow.....	149
	Théorème de Uhl.....	151
	Application aux espaces WCG.....	153
4.3	La dentabilité de Rieffel.....	154
	Principe d'exhaustion.....	158
	Théorème de Rieffel.....	160
	Théorème de Huff.....	162
	Conclusion.....	167
	BIBLIOGRAPHIE.....	169