

Inhalt

Abhängigkeitsgraph für die einzelnen Raumtypen	8
Liste der auftretenden Räume	8
1. Einführendes zur Anwendung der Funktionalanalysis	9
1.1. Allgemeine Grundbegriffe	9
1.2. Einführende Anwendungsbeispiele der Funktionalanalysis	14
1.2.1. Ein Approximationsproblem	14
1.2.2. Mathematische Beschreibung eines Stoßvorgangs	17
1.2.3. Hamilton-Funktion und Hermiteische Differentialgleichung beim quantenmechanischen harmonischen Oszillator	24
1.2.4. Ein volkswirtschaftliches Verflechtungsmodell als Fixpunktproblem	28
1.2.5. Zeitoptimale Steuerung einer erzwungenen gedämpften Schwingung	31
1.3. Meßbare Funktionen, Lebesgue-Integral	36
2. Räume	40
2.1. Vollständige metrische Räume, Banachräume	40
2.1.1. Konvergenz von Folgen in metrischen Räumen. Abgeschlossene und offene Mengen. Vollständigkeit und Kompaktheit	40
2.1.2. Banachräume	45
2.2. Funktionenräume	48
2.2.1. Räume stetiger und stetig differenzierbarer Funktionen	48
2.2.2. Räume integrierbarer Funktionen (Lebesgue-Räume)	50
2.2.3. Sobolew-Räume	52
2.2.4. Folgenräume	54
2.3. Lineare Funktionale, schwache Konvergenz, dualer Raum	55
2.3.1. Lineare Funktionale	55
2.3.2. Dualer Raum	59
2.3.3. Fortsetzung stetiger linearer Funktionale. Satz von Hahn und Banach, Trennungssätze	61
2.3.4. Schwache Konvergenz	63
2.4. Hilberträume, Orthogonalentwicklungen	64
2.4.1. Grundbegriffe, Beispiele	64
2.4.2. Orthogonalentwicklungen	65
2.4.3. Orthogonales Komplement, orthogonale direkte Summe	68
3. Lineare Operatoren	72
3.1. Das Rechnen mit linearen Operatoren	73
3.2. Beschränkte lineare Operatoren in Banachräumen	74
3.2.1. Spektrum und Resolvente	75
3.2.2. Vollstetige lineare Operatoren	81
3.2.3. Duale Operatoren	83
3.2.4. Fredholmsche Alternative	85
3.3. Lineare Operatoren in Hilberträumen	86
3.3.1. Grundlegende Begriffe, Sätze und Beispiele	86
3.3.1.1. Einführende Beispiele	86
3.3.1.2. Die Matrixdarstellung eines linearen Operators	87

3.3.1.3.	Der adjungierte Operator eines beschränkten Operators im Hilbertraum	88
3.3.1.4.	Der adjungierte Operator eines unbeschränkten Operators im Hilbertraum	90
3.3.2.	Vollstetige selbstadjungierte Operatoren im Hilbertraum	92
3.3.3.	Störungsrechnung	92
4.	Ausgewählte Anwendungen	95
4.1.	Distributionen	95
4.1.1.	Distributionen als lineare stetige Funktionale	95
4.1.2.	Rechenregeln	96
4.2.	Differentialrechnung und Anwendungen	103
4.2.1.	Ableitungsbegriffe	103
4.2.2.	Anwendungen der Ableitungsbegriffe	105
4.2.2.1.	Beziehungen zur Variationsrechnung	105
4.2.2.2.	Beziehungen zur konvexen Analysis	108
4.3.	Anwendungen von Fixpunktsätzen	109
4.3.1.	Gleichgewichtspunkte und Fixpunkte in Ökonomie und Spieltheorie	109
4.3.2.	Banachscher Fixpunktsatz und zugehöriges Iterationsverfahren	110
5.	Unbeschränkte Operatoren in Hilberträumen	112
5.1.	Halbbeschränkte Operatoren in Hilberträumen	112
5.1.1.	Der Satz von Friedrichs	112
5.1.2.	Der Fortsetzungsprozeß	113
5.1.3.	Einige Operatoren der Quantenmechanik	116
5.1.4.	Instationäre Zustände und Schrödinger-Gleichung	118
5.1.5.	Beziehungen zur quantenmechanischen Streuung. Unschärferelation	120
5.1.6.	Fortsetzung elliptischer Differentialoperatoren	121
5.2.	Spektralzerlegung selbstadjungierter Operatoren in Hilberträumen	124
5.2.1.	Vollstetige Operatoren	124
5.2.2.	Selbstadjungierte Operatoren in Hilberträumen	125
5.2.3.	Anwendungen auf die Quantenmechanik	126
5.2.4.	Eigendifferentiale	128
5.3.	Weitere Anwendungen von Operatoren	130
Literatur	132
Register	134