

# INHALTSVERZEICHNIS

## *Teil I. Lineare Abbildungen und Funktionale*

Kapitel I. Metrische Räume . . . . .	3
§ 1. Grundbegriffe . . . . .	3
§ 2. Vollständigkeit und Separabilität . . . . .	10
§ 3. Kompaktheit . . . . .	16
§ 4. Mengen erster und zweiter Kategorie . . . . .	22
§ 5. Topologische Räume . . . . .	24
Kapitel II. Normierte Räume . . . . .	37
§ 1. Lineare Mengen . . . . .	37
§ 2. Wichtige Definitionen und einfachste Eigenschaften normierter Räume . . . . .	42
§ 3. Ungleichungen . . . . .	51
§ 4. Normierte Folgenräume . . . . .	55
§ 5. Normierte Räume meßbarer Funktionen . . . . .	58
§ 6. Andere normierte Funktionenräume . . . . .	61
§ 7. Der HILBERT-Raum . . . . .	65
Kapitel III. Lineare Operatoren und Funktionale . . . . .	82
§ 1. Grundlegende Definitionen . . . . .	82
§ 2. Einige Funktionale und Operatoren in speziellen Räumen . . . . .	85
§ 3. Lineare Funktionale und Operatoren im HILBERT-Raum . . . . .	98
Kapitel IV. Erweiterung linearer Operatoren und Funktionale . . . . .	105
§ 1. Erweiterung linearer Operatoren . . . . .	105
§ 2. Sätze über die Erweiterung von Funktionalen und ihre Anwendung . . . . .	116
Kapitel V. Räume von Operatoren und Funktionalen. . . . .	127
§ 1. Der Raum der linearen Operatoren und der duale Raum . . . . .	127
§ 2. Der Operatorenring . . . . .	133
§ 3. Die Methode der sukzessiven Approximationen . . . . .	141
§ 4. Der Ring der Operatoren im HILBERT-Raum . . . . .	152
Kapitel VI. Analytische Darstellung von Funktionalen . . . . .	163
§ 1. Folgenräume . . . . .	163
§ 2. Die Räume $L_T^p$ . . . . .	167
§ 3. Die allgemeine Form eines linearen Funktionals im Raum $C$ . . . . .	174
§ 4. Funktionale auf einer Klasse von Funktionenräumen . . . . .	188
Kapitel VII. Folgen linearer Operatoren . . . . .	202
§ 1. Grundlegende Sätze . . . . .	202
§ 2. Einige Anwendungen auf die konstruktive Funktionentheorie . . . . .	207

Kapitel VIII. Schwache Konvergenz von Funktionalen und Elementen . . .	219
§ 1. Schwache Konvergenz von Funktionalen . . . . .	219
§ 2. Schwache Konvergenz von Elementen . . . . .	224
§ 3. Die Universalität des Raumes $C$ . . . . .	230
Kapitel IX. Vollstetige und adjungierte Operatoren . . . . .	237
§ 1. Kompakte Mengen in normierten Räumen . . . . .	237
§ 2. Vollstetige Operatoren . . . . .	244
§ 3. Adjungierte Operatoren . . . . .	247
§ 4. Vollstetige selbstadjungierte Operatoren im HILBERT-Raum . . . . .	253
§ 5. Integraldarstellung eines selbstadjungierten Operators . . . . .	261
Kapitel X. Analytische Darstellung einiger Klassen linearer Operatoren . . . . .	281
§ 1. Operatoren in Folgenräumen . . . . .	281
§ 2. Integraloperatoren in Funktionenräumen . . . . .	288
§ 3. Die SOBOLEWSCHEN Einbettungssätze . . . . .	298
Kapitel XI. Lineare topologische Räume . . . . .	316
§ 1. Allgemeine Definitionen . . . . .	316
§ 2. Lokalkonvexe Räume . . . . .	327
§ 3. Dualität . . . . .	336
§ 4. Der biduale Raum. Reflexivität . . . . .	345
§ 5. Folgen lokalkonvexer Räume . . . . .	354
<i>Teil II. Funktionalgleichungen</i>	
Kapitel XII. Die adjungierte Gleichung . . . . .	377
§ 1. Sätze über den inversen Operator . . . . .	377
§ 2. Der Zusammenhang zwischen der gegebenen und der adjungierten Gleichung . . . . .	386
Kapitel XIII. Funktionalgleichungen zweiter Art . . . . .	396
§ 1. Gleichungen mit vollstetigem Kern . . . . .	396
§ 2. Über komplexe normierte Räume . . . . .	404
§ 3. Das Spektrum . . . . .	409
§ 4. Die Resolvente. . . . .	414
§ 5. Die FREDHOLMSche Alternative . . . . .	426
§ 6. Anwendungen auf Integralgleichungen . . . . .	432
Kapitel XIV. Allgemeine Theorie der Näherungsverfahren . . . . .	439
§ 1. Allgemeine Theorie für Gleichungen zweiter Art . . . . .	440
§ 2. Gleichungen, die sich in solche zweiter Art überführen lassen . . . . .	455
§ 3. Anwendungen auf unendliche Gleichungssysteme . . . . .	458
§ 4. Anwendungen auf Integralgleichungen . . . . .	461
§ 5. Anwendungen auf gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	477
§ 6. Anwendungen auf Randwertaufgaben für partielle Differentialgleichungen vom elliptischen Typ . . . . .	483
Kapitel XV. Das Verfahren des stärksten Abstieges . . . . .	489
§ 1. Auflösung linearer Gleichungen . . . . .	489
§ 2. Berechnung der Eigenwerte eines vollstetigen Operators . . . . .	497
§ 3. Anwendung auf elliptische Differentialgleichungen . . . . .	502
Kapitel XVI. Das Fixpunktprinzip . . . . .	510
§ 1. Das Prinzip von CACCIOPOLI-BANACH . . . . .	510
§ 2. Hilfsbetrachtungen . . . . .	513
§ 3. Das SCHAUDERSche Prinzip . . . . .	520
§ 4. Anwendungen des Fixpunktprinzipes . . . . .	524

Kapitel XVII. Differentiation nichtlinearer Operatoren . . . . .	533
§ 1. Die erste Ableitung . . . . .	533
§ 2. Die zweite Ableitung und bilineare Operatoren . . . . .	541
§ 3. Beispiele . . . . .	548
§ 4. Der Satz über die implizite Funktion . . . . .	554
Kapitel XVIII. Das NEWTONSche Verfahren . . . . .	562
§ 1. Gleichungen der Form $P(x) = \mathbf{0}$ . . . . .	562
§ 2. Folgerungen aus dem Satz über die Konvergenz des NEWTONSchen Verfahrens . . . . .	575
§ 3. Anwendung des NEWTONSchen Verfahrens auf konkrete Funktionalgleichungen . . . . .	583
Literatur . . . . .	605
Sachverzeichnis . . . . .	617