

Inhaltsverzeichnis

Erstes Kapitel

Grundlagen einer allgemeinen Theorie der Randwertaufgaben

1.	Beschränkte Bilinearformen und Operatoren	3
1.1.	Beschränkte Bilinearformen auf Hilbertschen Räumen	3
1.2.	Lineare Teilräume und Orthogonalität	6
1.3.	Beschränkte lineare Funktionale und Operatoren	9
1.4.	Der Darstellungssatz von LAX-MILGRAM	13
1.5.	Normal lösbare Operatoren	16
1.6.	Normal lösbare Bilinearformen und erweiterte Darstellungssätze	23
2.	Vollstetige Bilinearformen und Operatoren	29
2.1.	Vollstetige Operatoren	29
2.2.	Vollstetige Bilinearformen	31
2.3.	Kriterien für die Vollstetigkeit von Bilinearformen und eine Ehrlingsche Ungleichung	34
2.4.	Abbildungseigenschaften der Operatoren $K-zI$	37
2.5.	Eigenwerte und Eigenvektoren vollstetiger Operatoren	42
2.6.	Fredholmsche Bilinearformen und Operatoren	45
3.	Allgemeine Theorie der Randwertaufgaben	52
3.1.	Randwertprobleme	52
3.2.	Der verallgemeinerte Darstellungssatz für beschränkte Bilinearformen	61
3.3.	Der Greensche Operator	73
3.4.	Reguläre symmetrische Rand- und Eigenwertprobleme	81
3.5.	Reguläre und koerzitive Operatoren in Hilbertschen Räumen	95

Zweites Kapitel

Bilinearformen und Operatoren auf Sobolewschen Räumen

1.	Sobolewsche Räume	110
1.1.	Eine Klasse von Operatoren	110
1.2.	Maximale Operatoren	115
1.3.	Definition Sobolewscher Räume	121
1.4.	Skalarprodukte, Normen und Ungleichungen auf Sobolewschen Räumen	125
1.5.	Die Kompaktheitsbedingung (R)	129
2.	Bilinearformen, Operatoren und V-Elliptizität	134
2.1.	Beschränkte V-elliptische Bilinearformen	134
2.2.	Koerzitive Randwertprobleme für V-elliptische Bilinearfor- men	147
2.3.	Beschränkte V-elliptische Operatoren auf dem Sobolewschen Raum H^r	154
2.4.	Ableitungen von Operatoren	164

Drittes Kapitel

Lineare stetige Funktionale auf Sobolewschen Räumen

1.	Die Räume H^∞ und H_c^∞	178
1.1.	Konvergenz und Operatoren in H^∞	178
1.2.	Negative Normen	184
1.3.	Stetige und koerzitive Operatoren in H^∞	189
1.4.	Die Bedingung (S2) und Abbildungseigenschaften koerzitiver Operatoren in H_c^∞	195
2.	Lineare stetige Funktionale auf dem Testraum H_c^∞	204
2.1.	Der Raum $H_{-\infty}^*$	204
2.2.	Der Raum $H_{-\infty}^-$	208
2.3.	Stetige lineare Operatoren im Raum $H_{-\infty}^*$	213
2.4.	Koerzitive Operatoren in $H_{-\infty}^*$ unter der Bedingung (S2)	221

Viertes Kapitel

Anwendungen der Theorie auf Randwertprobleme in Sobolewschen Funktionsräumen

1. Reguläre Randwertaufgaben bei gewöhnlichen Differentialgleichungen	230
1.1. Die Sobolewschen Funktionsräume $W^{m,2}(I)$	230
1.2. Reguläre koerzitive Randwertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen	235
1.3. Der zugehörige Differentialoperator, erzwungene und natürliche Randbedingungen	240
1.4. Reguläre koerzitive Operatoren und Randwertaufgaben für gewöhnliche Differentialgleichungen	249
2. Elliptische Systeme partieller Differentialgleichungen für periodische Funktionen	257
2.1. Die Sobolewschen Räume $L^{m,2}(\mathbb{R}_x^n)$	258
2.2. Die Sobolewschen Funktionsräume $W_{\tau}^{m,2}(I)$	262
2.3. Die Sobolewschen Räume $W_{\tau}^{m,2}(I)^N$, stark elliptische Bilinearformen und elliptische Operatoren	270
2.4. Existenz und Differenzierbarkeit von Lösungen elliptischer Systeme partieller Differentialgleichungen	278
3. Dirichletsche Randwertaufgaben, Sobolewsche Funktionsräume $W^{m,2}(\Omega; \mathcal{P})$ und semielliptische Differentialoperatoren.	287
3.1. Die Sobolewschen Funktionsräume $W^{m,2}(\Omega)$	288
3.2. Die Dirichletsche Rand- und Eigenwertaufgabe	294
3.3. Die Sobolewschen Funktionsräume $W^{m,2}(\Omega; \mathcal{P})$	304
3.4. Die Räume $W^{m,2}(\mathbb{R}^n; \mathcal{P})$ und $W^{\infty,2}(\mathbb{R}^n; \mathcal{P})$	312
3.5. Semielliptische Differentialoperatoren und Bilinearformen	323

4.	Randwertaufgaben für elliptische Differentialoperatoren und Bilinearformen in den Sobolewschen Räumen $W^{m,2}(\Omega)$.	339
4.1.	Elliptische Bilinearformen auf $W^{m,2}(\Omega)$	340
4.2.	Randwertaufgaben für elliptische Bilinearformen auf $W^{m,2}(\Omega)$.	349
4.3.	Randwertaufgaben für elliptische Differentialoperatoren auf $W^{m,2}(\Omega)$.	361
Literaturverzeichnis		382