

# Inhaltsverzeichnis

<b>I. Normierte Räume</b> . . . . .	1
I.1 Beispiele normierter Räume . . . . .	1
I.2 Eigenschaften normierter Räume . . . . .	23
I.3 Quotienten und Summen von normierten Räumen . . . . .	34
I.4 Aufgaben . . . . .	35
I.5 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	40
<b>II. Funktionale und Operatoren</b> . . . . .	45
II.1 Beispiele und Eigenschaften stetiger linearer Operatoren . . . . .	45
II.2 Dualräume und ihre Darstellungen . . . . .	58
II.3 Kompakte Operatoren . . . . .	65
II.4 Interpolation von Operatoren auf $L^p$ -Räumen . . . . .	72
II.5 Aufgaben . . . . .	80
II.6 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	87
<b>III. Der Satz von Hahn-Banach und seine Konsequenzen</b> . . . . .	93
III.1 Fortsetzungen von Funktionalen . . . . .	93
III.2 Trennung konvexer Mengen . . . . .	100
III.3 Schwache Konvergenz und Reflexivität . . . . .	104
III.4 Adjungierte Operatoren . . . . .	109
III.5 Differentiation nichtlinearer Abbildungen . . . . .	112
III.6 Aufgaben . . . . .	126
III.7 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	131
<b>IV. Die Hauptsätze für Operatoren auf Banachräumen</b> . . . . .	137
IV.1 Vorbereitung: Der Bairesche Kategoriensatz . . . . .	137
IV.2 Das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit . . . . .	140
IV.3 Der Satz von der offenen Abbildung . . . . .	151

IV.4 Der Satz vom abgeschlossenen Graphen . . . . .	154
IV.5 Der Satz vom abgeschlossenen Bild . . . . .	158
IV.6 Projektionen auf Banachräumen . . . . .	161
IV.7 Fixpunktsätze . . . . .	164
IV.8 Aufgaben . . . . .	185
IV.9 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	192
<b>V. Hilberträume . . . . .</b>	<b>201</b>
V.1 Definitionen und Beispiele . . . . .	201
V.2 Fouriertransformation und Sobolevräume . . . . .	210
V.3 Orthogonalität . . . . .	222
V.4 Orthonormalbasen . . . . .	230
V.5 Operatoren auf Hilberträumen . . . . .	236
V.6 Aufgaben . . . . .	241
V.7 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	249
<b>VI. Spektraltheorie kompakter Operatoren . . . . .</b>	<b>255</b>
VI.1 Das Spektrum eines beschränkten Operators . . . . .	255
VI.2 Die Theorie von Riesz . . . . .	260
VI.3 Kompakte Operatoren auf Hilberträumen . . . . .	268
VI.4 Anwendungen auf Integralgleichungen . . . . .	274
VI.5 Nukleare Operatoren . . . . .	284
VI.6 Hilbert-Schmidt-Operatoren . . . . .	296
VI.7 Aufgaben . . . . .	306
VI.8 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	310
<b>VII. Spektralzerlegung selbstadjungierter Operatoren . . . . .</b>	<b>317</b>
VII.1 Der Spektralsatz für beschränkte Operatoren . . . . .	317
VII.2 Unbeschränkte Operatoren . . . . .	341
VII.3 Der Spektralsatz für unbeschränkte Operatoren . . . . .	354
VII.4 Operatorhalbgruppen . . . . .	357
VII.5 Aufgaben . . . . .	378
VII.6 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	383
<b>VIII. Lokalkonvexe Räume . . . . .</b>	<b>393</b>
VIII.1 Definition lokalkonvexer Räume; Beispiele . . . . .	393
VIII.2 Stetige Funktionale und der Satz von Hahn-Banach . . . . .	400
VIII.3 Schwache Topologien . . . . .	407
VIII.4 Extremalpunkte und der Satz von Krein-Milman . . . . .	418
VIII.5 Einführung in die Distributionentheorie . . . . .	427
VIII.6 Aufgaben . . . . .	436
VIII.7 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	444

<b>IX. Banachalgebren</b> . . . . .	455
IX.1 Grundbegriffe und Beispiele . . . . .	455
IX.2 Die Gelfandsche Darstellungstheorie . . . . .	459
IX.3 $C^*$ -Algebren . . . . .	465
IX.4 Aufgaben . . . . .	476
IX.5 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	479
<b>Anhang A. Maß- und Integrationstheorie</b> . . . . .	485
A.1 Das Lebesgueintegral für Funktionen auf einem Intervall . . . . .	485
A.2 Das $d$ -dimensionale Lebesguemaß und abstrakte Integration . . . . .	493
A.3 Konvergenzsätze . . . . .	495
A.4 Signierte und komplexe Maße . . . . .	497
<b>Anhang B. Metrische und topologische Räume</b> . . . . .	499
B.1 Metrische Räume . . . . .	499
B.2 Topologische Räume . . . . .	505
<b>Symbolverzeichnis</b> . . . . .	513
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	517
<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> . . . . .	523