

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
1.1	Signale .....	4
1.2	Systeme .....	4
1.3	Signalverarbeitung .....	6
1.4	Struktur des Buches .....	9
2	<b>Mathematische Grundlagen</b>	<b>11</b>
2.1	Räume .....	11
2.1.1	Metrische und lineare Räume .....	13
2.2	Integraltransformationen .....	27
2.2.1	Integrationskerne .....	27
2.2.2	Zweidimensionale Transformationen .....	30
2.3	Operatoren .....	31
2.3.1	Lineare Operatoren .....	31
2.3.2	Typen von linearen Operatoren .....	36
2.3.3	Darstellungsmatrix .....	37
2.3.4	Verschiebungsoperator .....	40
2.4	Holomorphe Funktionen .....	40
2.4.1	Cauchysche Integralformel .....	41
2.4.2	Laurent-Reihe .....	43
2.4.3	Residuensatz .....	47
<b>II</b>	<b>Zeitkontinuum</b>	<b>51</b>
3	<b>Zeitkontinuierliche Signale</b>	<b>53</b>
3.1	Funktionsräume .....	53
3.1.1	Signalklassen .....	55
3.1.2	Norm und Innenprodukt von Signalen .....	56
3.1.3	Norm und Innenprodukt mit Belegung .....	58

3.2	Stochastische Signale .....	59
3.2.1	Wahrscheinlichkeitsverteilung .....	60
3.2.2	Stochastische Prozesse .....	63
3.3	Deterministische Signale .....	78
3.3.1	Orthogonale Funktionensysteme .....	78
3.3.2	Biorthogonale Funktionensysteme .....	82
3.4	Fourier-Reihe .....	83
3.5	Fourier-Transformation .....	89
3.5.1	Definition der Fourier-Transformation .....	91
3.5.2	Eigenschaften der Fourier-Transformation .....	94
3.5.3	Energie- und Leistungsdichte .....	98
3.5.4	Cosinus- und Sinus-Transformation .....	99
3.6	Testsignale .....	101
3.6.1	Dirac-Impuls .....	101
3.6.2	Konstantes Signal .....	103
3.6.3	Vorzeichenfunktion .....	103
3.6.4	Einheitssprung .....	104
3.6.5	Komplexe Schwingung .....	104
3.6.6	Rechteckfunktion .....	105
3.6.7	Exponentialimpuls .....	105
3.6.8	Doppelseitige Exponentialfunktion .....	106
3.6.9	Exponentialsignal .....	107
3.6.10	Gauß-Impuls .....	108
3.7	Besonderheiten der Fourier-Transformation .....	110
3.7.1	Leckeffekt .....	110
3.7.2	Gibbsches Phänomen .....	113
3.8	Allgemeine Signaleigenschaften .....	118
3.8.1	Zeitdauer-Bandbreite-Produkt .....	118
3.8.2	Riemann-Lebesguesches Lemma .....	121
<b>4</b>	<b>Zeitkontinuierliche Systeme</b> .....	<b>127</b>
4.1	Eigenschaften .....	127
4.1.1	Lineare zeitinvariante Systeme, LTI-Systeme .....	132
4.1.2	Mehrgrößensysteme .....	137
4.2	Beschreibung durch Differenzialgleichungen .....	137
4.2.1	Zustandsraum .....	138
4.3	Laplace-Transformation .....	144
4.3.1	Definition .....	144
4.3.2	Konvergenz der Laplace-Transformation .....	147
4.3.3	Inverse Laplace-Transformation .....	149
4.3.4	Eigenschaften .....	150
4.3.5	Rücktransformation .....	154

4.3.6	Anwendung bei der Systembeschreibung .....	159
4.3.7	Vergleich zwischen Laplace- und Fouriertransformation .....	161
4.4	Systemfunktion .....	162
4.4.1	Pol- und Nullstellen .....	163
4.4.2	Verknüpfung von Systemfunktionen .....	167
4.4.3	Frequenzgang .....	169
4.4.4	Bode-Diagramme für Dämpfung und Phase .....	174
4.4.5	Minimalphasensystem und Allpass .....	177
4.4.6	Strukturdarstellung kontinuierlicher LTI-Systeme .....	181
4.5	Filterung mit Fensterfunktionen .....	185
4.6	Frequenzselektive Filter .....	187
4.6.1	Filtertransformation .....	188
4.6.2	Entwurf normierter Tiefpässe .....	190
4.6.3	Bestimmung der Übertragungsfunktion .....	197
4.7	Hilbert-Transformation .....	199
<b>III</b>	<b>Zeitdiskretisierung</b>	<b>209</b>
<b>5</b>	<b>Zeitdiskrete Signale</b>	<b>211</b>
5.1	Grundlagen .....	211
5.1.1	Zeitdiskretisierung .....	211
5.1.2	Abtasttheorem .....	213
5.1.3	Aliasing .....	217
5.1.4	Rekonstruktion .....	220
5.2	Diskrete Zufallsvariable .....	227
5.3	Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale .....	227
5.3.1	Definition der Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale .....	228
5.3.2	Eigenschaften der Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale .....	231
5.3.3	Energie- und Leistungsdichte .....	232
5.4	Abtastfrequenz .....	233
5.4.1	Überabtastung .....	234
5.4.2	Unterabtastung .....	242
5.5	Spektralanalyse .....	250
5.5.1	Diskrete Fourier-Transformation, DFT .....	250
5.5.2	Schnelle Fourier-Transformation, FFT .....	255
5.5.3	Eigenschaften der DFT .....	256
5.5.4	Auflösung im Zeit- und Frequenzbereich .....	259
5.5.5	DFT einer komplexen Schwingung ohne Leckeffekt .....	260
5.5.6	DFT einer komplexen Schwingung mit Leckeffekt .....	262
5.5.7	Zeropadding .....	265
5.5.8	Periodogramm .....	267

5.6	Weitere diskrete Transformationen .....	267
5.6.1	Walsh-Transformation .....	267
5.6.2	Allgemeine diskrete Transformation .....	271
<b>6</b>	<b>Zeitdiskrete Systeme</b> .....	<b>273</b>
6.1	Eigenschaften .....	273
6.1.1	Lineare zeitinvariante Systeme, LTI-Systeme .....	276
6.1.2	Mehrgrößensysteme .....	279
6.2	Beschreibung durch Differenzgleichungen .....	279
6.2.1	Zustandsraum .....	280
6.3	Die z-Transformation .....	282
6.3.1	Definition .....	282
6.3.2	Existenz .....	285
6.3.3	Inverse z-Transformation .....	289
6.3.4	Möglichkeiten der Rücktransformation .....	290
6.3.5	Eigenschaften .....	297
6.4	Systemfunktion .....	301
6.4.1	Pol- und Nullstellen .....	303
6.4.2	Verknüpfung von Systemen .....	304
6.4.3	Frequenzgang .....	305
6.4.4	Minimalphasensystem und Allpass .....	314
6.4.5	Strukturdarstellung zeitdiskreter LTI-Systeme .....	318
6.5	Linearphasige Systeme .....	324
6.5.1	Definition und Eigenschaften .....	325
6.5.2	Linearphasige FIR-Filter .....	328
6.6	Zeitdiskrete Darstellung kontinuierlicher Systeme .....	332
6.6.1	Aufbau .....	333
6.6.2	Umsetzung der Übertragungsfunktion .....	333
6.6.3	Impulsinvarianz .....	334
6.6.4	Pol-Nullstellenübertragung .....	335
6.6.5	Nummerische Integration .....	337
6.7	Filterung mit Fensterfunktionen .....	340
6.7.1	Definition .....	342
6.7.2	Rechteckfenster .....	343
6.7.3	Dreieckfenster .....	344
6.7.4	Hanning-Fenster .....	345
6.7.5	Blackman-Fenster .....	346
6.7.6	Dolph-Tschebyscheff-Fenster .....	346
6.7.7	Zeitdiskretes Gauß-Fenster .....	347
6.7.8	Zusammenfassung .....	348
6.8	Frequenzselektive Filter .....	350
6.8.1	Kausales FIR-Filter über Impulsinvarianz .....	350
6.8.2	Akausales FIR-Filter über die DFT .....	358

---

6.8.3	IIR-Filter über die zeitdiskrete Übertragungsfunktion .....	363
6.8.4	FIR-Filter über Transformation des Frequenzganges .....	367
6.9	Spezielle zeitdiskrete Filter .....	371
6.9.1	Zeitdiskrete Hilbert-Transformation .....	371
6.9.2	Zeitdiskreter Differenzierer .....	377
6.9.3	Korrektur der Gruppenlaufzeit eines Filters .....	379
<b>A</b>	<b>Fourier-Transformationen</b>	<b>383</b>
<b>B</b>	<b>Laplace-Transformation</b>	<b>391</b>
<b>C</b>	<b>z-Transformation</b>	<b>395</b>
<b>D</b>	<b>Blockbilder</b>	<b>399</b>
<b>E</b>	<b>Herleitung der Spline-Interpolation</b>	<b>401</b>
<b>F</b>	<b>Symbole</b>	<b>403</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>405</b>
	<b>Index</b>	<b>407</b>