

Inhalt

Einleitung	13
I Der Banachsche Fixpunktsatz	
§ 1 Metrische Räume	18
§ 2 Der Banachsche Fixpunktsatz	27
§ 3 Einige Anwendungen des Banachschen Fixpunktsatzes	29
II Normierte Räume	
§ 4 Vektorräume	36
§ 5 Lineare Abbildungen	41
§ 6 Normierte Räume	45
§ 7 Stetige lineare Abbildungen	54
§ 8 Die Neumannsche Reihe	59
§ 9 Normierte Algebren	64
§ 10 Endlichdimensionale normierte Räume	68
§ 11 Die Neumannsche Reihe in unvollständigen normierten Räumen	73
§ 12 Die Vervollständigung metrischer und normierter Räume	78
§ 13 Kompakte Operatoren	82
III Bilinearsysteme und konjugierte Operatoren	
§ 14 Bilinearsysteme	88
§ 15 Dualsysteme	91
§ 16 Konjugierte Operatoren	95
§ 17 Die Gleichung $(I - K)x = y$ mit endlichdimensionalem K	102
§ 18 Die Gleichung $(R - S)x = y$ mit bijektivem R und endlichdimensionalem S	107
§ 19 Die Fredholmsche Integralgleichung mit stetigem Kern	109
§ 20 Quotientenräume	112
§ 21 Die Quotientennorm	115
§ 22 Quotientenalgebren	117
IV Fredholmoperatoren	
§ 23 Defektendliche Operatoren	119
§ 24 Fredholmoperatoren auf normierten Räumen	122
§ 25 Fredholmoperatoren in saturierten Operatorenalgebren	126
§ 26 Darstellungssätze für Fredholmoperatoren	132
§ 27 Die Gleichung $Ax = y$ mit einem Fredholmoperator A	135

V	Vier Prinzipien der Funktionalanalysis und einige Anwendungen	
§ 28	Das Fortsetzungsprinzip von Hahn-Banach	139
§ 29	Normale Auflösbarkeit	144
§ 30	Die normale Auflösbarkeit der Operatoren $I-K$ mit kompaktem K	147
§ 31	Das Bairesche Kategorieprinzip	148
§ 32	Das Prinzip der offenen Abbildung und der Graphensatz	150
§ 33	Das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit	153
§ 34	Einige analytische Anwendungen der funktionalanalytischen Prinzipien.	155
§ 35	Analytische Darstellung stetiger Linearformen	162
§ 36	Operatoren mit abgeschlossenem Bildraum	166
§ 37	Fredholmoperatoren auf Banachräumen	169
VI	Die Riesz-Schaudersche Theorie kompakter Operatoren	
§ 38	Kettenendliche Endomorphismen	172
§ 39	Kettenendliche Fredholmoperatoren	176
§ 40	Die Rieszsche Theorie kompakter Operatoren	177
§ 41	Der Bidual eines normierten Raumes. Reflexivität	181
§ 42	Die duale Transformation eines kompakten Operators	184
§ 43	Singuläre Werte und Eigenwerte eines kompakten Operators	187
VII	Spektraltheorie in Banachräumen und Banachalgebren	
§ 44	Die Resolvente	191
§ 45	Das Spektrum	193
§ 46	Vektorwertige holomorphe Funktionen. Schwache Konvergenz	196
§ 47	Potenzreihen in Banachalgebren	203
§ 48	Der Funktionalkalkül	209
§ 49	Spektralprojektoren	214
§ 50	Isolierte Punkte des Spektrums.	217
§ 51	Der Fredholmbereich.	221
§ 52	Rieszoperatoren	226
§ 53	Wesentliche Spektren	230
§ 54	Normaloide Operatoren	233
VIII	Approximationsprobleme in normierten Räumen	
§ 55	Ein Approximationsproblem	240
§ 56	Strikt konvexe Räume	243
§ 57	Innenprodukträume	245
§ 58	Orthogonalität	249
§ 59	Die Gaußapproximation	255
§ 60	Das allgemeine Approximationsproblem	257
§ 61	Approximation in gleichmäßig konvexen Räumen	259
§ 62	Approximation in reflexiven Räumen	263

IX Orthogonalzerlegungen in Hilberträumen

§ 63	Orthogonale Komplemente	265
§ 64	Orthogonalreihen	266
§ 65	Orthonormalbasen	269
§ 66	Der Dual eines Hilbertraumes	271
§ 67	Die adjungierte Transformation	274

X Spektraltheorie in Hilberträumen

§ 68	Symmetrische Operatoren	276
§ 69	Orthogonalprojektoren	280
§ 70	Normale Operatoren und ihre Spektren	282
§ 71	Normale meromorphe Operatoren	288
§ 72	Symmetrische kompakte Operatoren	290
§ 73	Das Sturm-Liouvillesche Eigenwertproblem	293
§ 74	Wielandtoperatoren	296
§ 75	Bestimmung und Abschätzung von Eigenwerten	301
§ 76	Allgemeine Eigenwertprobleme für Differentialoperatoren	306
§ 77	Vorbemerkungen zu dem Spektralsatz für symmetrische Operatoren	311
§ 78	Funktionalkalkül für symmetrische Operatoren	313
§ 79	Der Spektralsatz für symmetrische Operatoren auf Hilberträumen	315

XI Topologische Vektorräume

§ 80	Metrische Vektorräume	319
§ 81	Topologische Grundbegriffe	322
§ 82	Die schwache Topologie	328
§ 83	Begriff des topologischen Vektorraumes. Beispiele	331
§ 84	Die Nullumgebungen in topologischen Vektorräumen	337
§ 85	Die Erzeugung von Vektorraumtopologien	340
§ 86	Unter-, Produkt- und Quotientenräume	342
§ 87	Stetige lineare Abbildungen topologischer Vektorräume	344
§ 88	Endlichdimensionale topologische Vektorräume	346
§ 89	Fredholmoperatoren auf topologischen Vektorräumen	348

XII Lokalkonvexe Vektorräume

§ 90	Nullumgebungsbasen lokalkonvexer Vektorräume	350
§ 91	Die Erzeugung lokalkonvexer Topologien durch Halbnormen	352
§ 92	Unter-, Produkt- und Quotientenräume lokalkonvexer Räume	355
§ 93	Normierbare lokalkonvexe Räume. Beschränkte Mengen	356

XIII Dualität und Kompaktheit

§ 94	Der Satz von Hahn-Banach	359
§ 95	Die topologische Charakterisierung der normalen Auflösbarkeit	360
§ 96	Trennungssätze	361
§ 97	Drei Anwendungen auf normierte Räume	363
§ 98	Zulässige Topologien	365
§ 99	Der Bipolarensatz	366
§ 100	Lokalkonvexe Topologien sind \mathfrak{E} -Topologien	368
§ 101	Kompakte Mengen	370
§ 102	Der Satz von Alaoglu-Bourbaki	372
§ 103	Die Charakterisierung der zulässigen Topologien	373
§ 104	Beschränkte Mengen in zulässigen Topologien	375
§ 105	Tonnelierte Räume. Reflexivität	377
§ 106	Konvexe, kompakte Mengen: Die Sätze von Krein-Milman und Schauder	382

XIV Die Darstellung kommutativer Banachalgebren

§ 107	Vorbemerkungen zum Darstellungsproblem	390
§ 108	Multiplikative Linearformen und maximale Ideale	393
§ 109	Der Gelfandsche Darstellungssatz	396
§ 110	Die Darstellung kommutativer B^* -Algebren	398
	Literaturverzeichnis	401
	Namen- und Sachverzeichnis	409