

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite	16
EINFÜHRUNG IN DIE GESAMTPROBLEMATIK		
Kapitel 36: Einführende Beispiele		
36.1. Reelle Funktionen im \mathbb{R}^1		20
36.2. Konvexe Funktionen		21
36.3. Reelle Funktionen im \mathbb{R}^N und Lagrangesche Multiplikatoren		22
36.4. Eindimensionale klassische Variationsprobleme und gewöhnliche Differentialgleichungen, Legendretransformation und klassisches Maximumprinzip		23
36.5. Mehrdimensionale klassische Variationsprobleme und partielle Differentialgleichungen		27
36.6. Eigenwertprobleme für elliptische Differentialgleichungen und Lagrangesche Multiplikatoren		27
36.7. Differentialungleichungen und Variationsungleichungen		28
36.8. Spieltheorie und Sattelpunkte		29
36.9. Dualität zwischen den Verfahren von Ritz und Trefftz, Fehlerabschätzungen		31
36.10. Lineare Optimierung, Lagrangesche Multiplikatoren und Dualität		32
36.11. Kontinuierliche Steuerungsprobleme und das Pontrjaginsche Maximumprinzip		34
36.12. Elementar beweisbarer Spezialfall des Pontrjaginschen Maximumprinzips		36
36.13. Diskrete Steuerungsprobleme und Bellmansche dynamische Optimierung		38
36.14. Grundidee der Approximationstheorie		40
36.15. Grundidee der Morsetheorie		41
36.16. Grundideen von drei zentralen Näherungsverfahren: Ritzsches Verfahren und Galerkin-Verfahren, Gradientenverfahren, Methode der Straffunktionale		43
Kapitel 37: Ein grundlegendes Extremalprinzip		
37.1. Schwache Konvergenz und schwache* Konvergenz		46
37.2. Folgenunterhaltstetige Funktionale		48
37.3. Hauptsatz für Extremalprobleme		50
37.4. Anwendung auf lineare Optimierung, Rolle der Extremalpunkte		51
EXTREMALPROBLEME OHNE NEBENBEDINGUNGEN		
Kapitel 38: Freie, lokale Extrema differenzierbarer Funktionale und Variationsrechnung		
38.1. n-te Variationen		53
38.2. Notwendige und hinreichende Bedingungen für freie, lokale Extrema		56

38.3. Hinreichende Bedingungen durch Vergleichsfunktionale	Seite	58
38.4. Anwendung auf reelle Funktionen im \mathbb{R}^N		58
38.5. Anwendung auf klassische Variationsaufgaben in Räumen stetig differenzierbarer Funktionen		59

Kapitel 39: Potentialoperatoren

39.1. Lösung von Operatorgleichungen durch Lösung von Extremalaufgaben	61
39.2. Kriterien für Potentialoperatoren	63
39.3. Kriterien für die schwache Folgenunterhalbstetigkeit von Funktionalen	65
39.4. Anwendung auf abstrakte Hammersteinsche Gleichungen mit symmetrischen Kernoperatoren	67
39.5. Anwendung auf Hammersteinsche Integralgleichungen	68

Kapitel 40: Freie Minima bei konvexen Funktionalen, Ritzsches Verfahren und Gradientenverfahren

40.1. Konvexe Funktionale	71
40.2. Konvexität von F und Monotonie von F'	75
40.3. Monotone Potentialoperatoren	75
40.4. Freie, konvexe Minimumprobleme und Ritzsches Verfahren	76
40.5. Freie, konvexe Minimumprobleme und Gradientenverfahren	78
40.6. Anwendung auf klassische Variationsprobleme in Sobolewräumen und quasilineare elliptische Differentialgleichungen	80

EXTREMALPROBLEME MIT GLATTEN NEBENBEDINGUNGEN

Kapitel 41: Lagrangesche Multiplikatoren und Eigenwertprobleme

41.1. Lokale Extrema mit Nebenbedingungen	85
41.2. Tangentialvektoren und verallgemeinerter Satz über implizite Funktionen	85
41.3. Lagrangesche Multiplikatoren	88
41.4. Kritische Punkte	90
41.5. Anwendung auf reelle Funktionen im \mathbb{R}^N	91
41.6. Anwendung auf Eigenwertprobleme (Minimumprobleme)	92
41.7. Anwendung auf Eigenwertprobleme (Maximumprobleme) und Bifurkationstheorie	93
41.8. Akzessorische Variationsprobleme und hinreichende Eigenwertkriterien für freie, lokale Minima	96
41.9. Anwendung auf klassische Variationsprobleme	98
41.10. Das Galerkin-Verfahren für Eigenwertprobleme	99

Kapitel 42: Ljusternik-Schnirelman Theorie und die Existenz mehrerer Eigenvektoren	Seite
42.1. Der Satz von Ljusternik im \mathbb{R}^N	101
42.2. Das Geschlecht einer symmetrischen Menge	101
42.3. Hauptsatz in unendlichdimensionalen B-Räumen	104
42.4. Ein typisches Beispiel	106
42.5a Vorbereitungen zum Beweis des Hauptsatzes	107
42.5b Beweis des Hauptsatzes	112
42.6. Hauptsatz in endlichdimensionalen B-Räumen	115
42.7. Galerkin-Verfahren	116
42.8. Anwendung auf Eigenwertprobleme für quasilineare elliptische Differentialgleichungen	119
42.9. Anwendung auf Eigenwertprobleme für abstrakte Hammersteinsche Gleichungen mit symmetrischen Kernoperatoren	121
42.10. Anwendung auf Hammersteinsche Integralgleichungen	122
 Kapitel 43: Bifurkation bei Potentialoperatoren	
43.1. Hauptsatz	123
43.2. Beweis des Hauptsatzes	123
 EXTREMALPROBLEME MIT ALLGEMEINEN NEBENBEDINGUNGEN	
 Kapitel 44: Differenzierbare Funktionale auf konvexen Mengen	
44.1. Variationsungleichungen als notwendige Extremalbedingungen	124
44.2. Quadratische Variationsprobleme auf konvexen Mengen	126
44.3. Anwendung auf Differentialungleichungen (freie Randwertprobleme)	126
44.4. Projektion auf konvexe Mengen	127
44.5. Ritzsches Verfahren	128
44.6. Methode der projizierten Gradienten	129
44.7. Methode der Straffunktionale	131
 Kapitel 45: Konvexe Funktionale auf konvexen Mengen (konvexe Analysis)	
45.1. Der Epigraph	134
45.2. Stetigkeit konvexer Funktionale	136
45.3. Subgradient und Subdifferential	137
45.4. Subgradient und Extremalprinzip	138
45.5. Subgradient und G-Ableitung	138
45.6. Existenzsatz für Subgradienten	138
45.7. Die Summenregel für Subdifferenziale	139
45.8. Hauptsatz der konvexen Optimierung	141
45.9. Hauptsatz der konvexen Approximationstheorie	142
45.10. Verallgemeinerte Kuhn-Tucker Theorie (Subgradientenformulierung)	143
45.11. Subgradienten, maximale Monotonie und zyklische Monotonie mehrdeutiger Abbildungen	145
45.12. Anwendung auf die Dualitätsabbildung	146

Kapitel 46: Allgemeine Lagrangesche Multiplikatoren (Theorie von Dubowizki-Miljutin)	Seite
46.1. Kegel und duale Kegel	149
46.2. Das Lemma von Dubowizki-Miljutin	151
46.3. Hauptsatz über allgemeine notwendige Extremal- bedingungen	152
46.4. Anwendung auf Minimumprobleme mit Nebenbedingungen in Gleichungs- und Ungleichungsform	154
46.5. Anwendung auf Steuerungsprobleme (Pontrjaginsches Maximumprinzip)	157
46.6. Beweis des Pontrjaginschen Maximumprinzips	159
46.7. Maximumprinzip und klassische Variationsrechnung (Randwertprobleme)	164
46.8. Maximumprinzip und klassische Variationsrechnung (integrale Nebenbedingungen)	166
46.9. Modifikationen des Maximumprinzips	167
46.10. Hauptsatz der Tschebyschew-Approximation im \mathbb{R}^N	168
 SATTELPUNKTE UND DUALITÄT	 171
Kapitel 47: Allgemeines Dualitätsprinzip mittels Lagrange- funktionen und ihrer Sattelpunkte	
47.1. Sattelpunkte	172
47.2. Hauptsatz	173
47.3. Anwendung auf lineare Optimierungsaufgaben in B-Räumen	176
 Kapitel 48: Dualität und verallgemeinerte Kuhn-Tucker Theorie	
48.1. Verallgemeinerte Kuhn-Tucker Theorie (Sattelpunktformulierung)	178
48.2. Kuhn-Tucker Theorie im \mathbb{R}^N	180
 Kapitel 49: Dualität, konjugierte Funktionale und elliptische Differentialgleichungen	
49.1. Konjugierte Funktionale	182
49.2. Konjugierte Funktionale zu differenzierbaren, konve- xen Funktionalen	184
49.3. Eigenschaften konjugierter Funktionale	184
49.4. Konjugierte Funktionale und Lagrangefunktion	186
49.5. Monotone Potentialoperatoren und Dualität	189
49.6. Anwendung auf lineare und quasilineare elliptische Differentialgleichungen	191
 Kapitel 50: Allgemeines Dualitätsprinzip mittels gestörter Probleme und konjugierter Funktionale	
50.1. S-Funktional, Stabilität und Dualität	195
50.2. Dualitätsaussagen vom Fenchelschen Typ	197
50.3. Anwendung auf lineare Optimierungsaufgaben in lokalkonvexen Räumen	199
50.4. Anwendung auf die Tschebyschew-Approximation im \mathbb{R}^N	201
50.5. Bellmansche Differentialgleichung und Dualität bei nichtkonvexen Steuerungsproblemen	203

50.6. Konjugierte Funktionale zu Integralfunktionalen Seite 206

Kapitel 51: Konjugierte Funktionale und Orliczräume

51.1. Youngsche Funktionen	207
51.2. Orliczräume und ihre Eigenschaften	208
51.3. Lineare Integraloperatoren in Orliczräumen	209
51.4. Der Nemyzki-Operator in Orliczräumen	210
51.5. Anwendung auf Hammersteinsche Integralgleichungen mit starken Nichtlinearitäten	211
51.6. Sobolew-Orliczräume	213

VARIATIONSUNGLEICHUNGEN

Kapitel 52: Elliptische Variationsungleichungen und Steuerungsprobleme

52.1. Existenzsatz
52.2. Anwendung auf Differentialungleichungen
52.3. Anwendung auf Steuerungsprobleme

Kapitel 53: Elliptische Variationsungleichungen und Bifurkation

53.1. Notwendige Bifurkationsbedingungen
53.2. Existenz eines Bifurkationspunktes
53.3. Anwendungen in der Mechanik

Kapitel 54: Evolutionsvariationsungleichungen und Steuerungsprobleme

54.1. Existenzsatz
54.2. Anwendung auf Differentialungleichungen
54.3. Anwendung auf Steuerungsprobleme

(Aus Platzgründen befinden sich die Kapitel 52, 53, 54 am Anfang von Teil IV. Inhaltlich gehören sie jedoch in den vorliegenden Teil III.)

ANHANG

Trennung konvexer Mengen	214
Eigenschaften von konvexen Mengen im \mathbb{R}^n	215
Duale Paare von lokalkonvexen Räumen	215
Konvexitäts- und Glattheitseigenschaften der Norm in Banachräumen (Geometrie der Banachräume)	218

LITERATURVERZEICHNIS

221

LITERATURNACHTRAG ZU TEIL I, II

227

DRUCKFEHLERBERICHTIGUNG ZU TEIL I, II

228

SACHWORTVERZEICHNIS

229

BEZEICHNUNGEN (SYMBOLVERZEICHNIS)

232

INHALT VON TEIL I, II, IV

237

VERZEICHNIS DER THEOREME

13

VERZEICHNIS WICHTIGER DEFINITIONEN

15

SCHEMATISCHE ÜBERSICHT ZU EXTREMALPROBLEMEN

17