

# Inhaltsverzeichnis

Einführung . . . . .	1
<b>1. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>15</b>
1.1. Merkmalsraum, Ereignisse . . . . .	16
1.11. Grundsätzliches . . . . .	16
1.12. Beziehungen zwischen Ereignissen . . . . .	17
1.13. Ereignisfeld . . . . .	20
1.2. Definition der Wahrscheinlichkeit. . . . .	22
1.21. Axiomatik . . . . .	22
1.22. Numerische Bestimmung der Wahrscheinlichkeit . . . . .	22
1.23. Praktische Interpretation der Wahrscheinlichkeit . . . . .	24
1.24. Einige grundlegende Wahrscheinlichkeitsbeziehungen . . . . .	25
1.3. Elementare Rechenregeln, stochastische Unabhängigkeit . . . . .	26
1.31. Additionsregel . . . . .	26
1.32. Divisionsregel . . . . .	28
1.33. Multiplikationsregel . . . . .	29
1.34. Stochastische Unabhängigkeit . . . . .	29
1.35. Formel der totalen Wahrscheinlichkeit und Formeln von BAYES	34
1.4. Zufallsgrößen und Verteilungsfunktionen. . . . .	39
1.41. Definitionen und Allgemeines . . . . .	39
1.411. Eindimensionaler Fall . . . . .	39
1.412. Mehrdimensionaler Fall . . . . .	42
1.42. Eigenschaften der Verteilungsfunktionen; Dichtefunktionen . . . . .	44
1.421. Eindimensionaler Fall: Theorie . . . . .	44
1.422. Eindimensionaler Fall: Beispiele . . . . .	47
1.423. Mehrdimensionaler Fall: Theorie . . . . .	49
1.424. Mehrdimensionaler Fall: Beispiele . . . . .	55
1.43. Empirische Bestimmung von Verteilungsfunktionen . . . . .	58
1.431. Eindimensionaler Fall . . . . .	59
1.432. Mehrdimensionaler Fall . . . . .	62
1.44. Funktionen von Zufallsgrößen. . . . .	64
1.45. Momente einer Verteilung . . . . .	65
1.451. Das Stieltjes-Integral. . . . .	66
1.452. Erwartungswert . . . . .	70

1.453. Momente . . . . .	71
1.454. Rechenregeln für Erwartungswert und Varianz . . . . .	73
1.455. Einfache Anwendungsbeispiele der Rechenregeln für Erwartungswert und Varianz . . . . .	80
1.456. Kovarianz und Korrelationskoeffizient . . . . .	81
1.457. Streuungsmatrix . . . . .	83
1.46. Verteilungen von Funktionen von Zufallsgrößen . . . . .	85
1.461. Eindimensionale Beispiele. . . . .	86
1.462. Mehrdimensionale Beispiele . . . . .	89
1.47. Einige weitere Verteilungen . . . . .	95
1.5. Eine Folge von unabhängigen Bernoulli-Versuchen . . . . .	104
1.51. Grenzwertsätze von DE MOIVRE-LAPLACE . . . . .	106
1.511. Der lokale Grenzwertsatz von DE MOIVRE-LAPLACE . . . . .	106
1.512. Der Integralgrenzwertsatz von DE MOIVRE-LAPLACE . . . . .	109
1.513. Anwendungen . . . . .	112
1.52. Die Poisson-Verteilung als asymptotische Darstellung der Binomialverteilung . . . . .	113
1.521. Theorie . . . . .	113
1.522. Anwendungsbeispiel . . . . .	114
1.523. Zeitliche und räumliche Deutung der Poisson-Verteilung . . . . .	115
1.53. Poisson-Verteilung und Exponentialverteilung. . . . .	117
1.54. Negative Binomialverteilung, Pascal-Verteilung, geometrische Verteilung . . . . .	121
1.55. Zusammenhang zwischen geometrischer Verteilung und Exponentialverteilung . . . . .	122
1.6. Mischungen und Faltungen . . . . .	125
1.61. Mischungen . . . . .	125
1.62. Faltungen . . . . .	128
1.7. Transformationen . . . . .	129
1.71. Erzeugende Funktionen . . . . .	129
1.711. Darstellung . . . . .	129
1.712. Rechenoperationen . . . . .	132
1.713. Der Stetigkeitssatz für erzeugende Funktionen . . . . .	136
1.72. Charakteristische Funktionen . . . . .	137
1.721. Darstellung . . . . .	137
1.722. Rechenoperationen . . . . .	138
1.723. Der Stetigkeitssatz für charakteristische Funktionen . . . . .	142
1.8. Gesetze der Großen Zahlen . . . . .	142
1.81. Intuitive Grundlagen. . . . .	142
1.82. Schwache Gesetze der Großen Zahlen . . . . .	143
1.821. Die Ungleichung von BIENAYMÉ-TSCHEBYSCHEW . . . . .	143
1.822. Das verallgemeinerte Schwache Gesetz der Großen Zahlen . . . . .	144

1.823. Ein Kriterium für die Gültigkeit des Schwachen Gesetzes der Großen Zahlen . . . . .	148
1.83. Starke Gesetze der Großen Zahlen . . . . .	150
1.831. Die Ungleichung von KOLMOGOROV . . . . .	150
1.832. Das verallgemeinerte Starke Gesetz der Großen Zahlen . . . . .	152
1.9. Der Zentrale Grenzwertsatz . . . . .	155
1.91. Allgemeines über Grenzverteilungssätze . . . . .	155
1.92. Zentrale Grenzverteilungssätze . . . . .	157
1.10. Grundregeln der Kombinatorik und Formelsammlung . . . . .	164
1.10.1 Kombinatorik . . . . .	164
1.10.2 Formelsammlung . . . . .	165
<b>2. Einige Ergebnisse aus der mathematischen Statistik</b> . . . . .	<b>167</b>
2.1. Aufgaben der mathematischen Statistik . . . . .	168
2.2. Der Aufteilungssatz der $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	170
2.3. Anwendungen der Verteilungen von $\bar{y}$ und $s^2$ . . . . .	173
2.31. Untersuchung von Mittelwerten . . . . .	173
2.311. Große Stichproben: $u$ -Test . . . . .	173
2.312. Kleine Stichproben: $t$ -Test . . . . .	178
2.32. Untersuchung von Streuungen . . . . .	181
2.321. Vergleich von $s^2$ mit $\sigma^2$ : $\chi^2$ -Test . . . . .	181
2.322. Vergleich von $s_1^2$ mit $s_2^2$ : $F$ -Test . . . . .	183
2.4. Prüfung der Gleichheit der Erwartungswerte von $k$ Normalverteilungen mit gleicher Varianz . . . . .	186
2.5. Regressions- und Korrelationsrechnung . . . . .	190
2.51. Allgemeines . . . . .	190
2.52. Einfache lineare Regressionsrechnung . . . . .	191
2.521. Allgemeine Voraussetzungen . . . . .	191
2.522. Schätzung der Parameter . . . . .	193
2.53. Einfache lineare Korrelationsrechnung . . . . .	204
2.531. Voraussetzungen . . . . .	204
2.532. Einige Eigenschaften der zweidimensionalen Normalverteilung . . . . .	206
2.533. Zusammenhang zwischen Regressions- und Korrelationsrechnung . . . . .	211
2.534. Schätzung der Parameter . . . . .	213
2.535. Verteilung der Mittelwerte; Signifikanztests . . . . .	217
2.54. Mehrfache lineare Regressionsrechnung . . . . .	219
2.541. Allgemeine Voraussetzungen . . . . .	219
2.542. Schätzung der Parameter . . . . .	220

2.55. Mehrfache lineare Korrelationsrechnung . . . . .	227
2.56. Nichtlineare Regressionsrechnung . . . . .	227
2.6. Prüfung von Verteilungen . . . . .	230
2.61. Allgemeines . . . . .	230
2.62. Der $\chi^2$ -Test für die Prüfung von Verteilungen . . . . .	231
2.621. Vollständige Spezifikation der theoretischen Vergleichs- verteilung . . . . .	231
2.622. Unvollständige Spezifikation der theoretischen Vergleichs- verteilung . . . . .	233
2.63. Die Tests von KOLMOGOROV und SMIRNOW für die Gültigkeit theo- retischer Verteilungen . . . . .	238
2.64. Die Tests von SMIRNOW für die Verlässlichkeit empirischer Ver- teilungen . . . . .	239
<b>3. Simulationstechnik im Operations Research</b>	<b>240</b>
3.1. Einführung . . . . .	242
3.2. Die Anforderungen an die Zufallszahlen . . . . .	248
3.3. Lösung von Integrationsaufgaben . . . . .	251
3.4. Hauptanwendungsgebiete der Simulationstechnik im Operations Re- search . . . . .	259
3.5. Ein sehr einfaches Anwendungsbeispiel . . . . .	261
3.6. Konvergenzfragen und Kritik . . . . .	266
<b>4. Anwendungsbeispiele</b>	<b>269</b>
4.1. Die betriebsindividuelle Beurteilung von Lohnsystemen mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	269
4.11. Grundsätzliches . . . . .	269
4.12. Zeitlohn und Leistungslohn . . . . .	271
4.13. Korrektur der Vorgabezeitentabellen . . . . .	274
4.14. Fehlerkompensation bei reinem Proportionalakkord . . . . .	275
4.141. Zulässigkeitskriterium für Akkordtabellen . . . . .	275
4.142. Die Verteilung von $\bar{D}(r)$ bei festem $r$ . . . . .	279
4.143. Die Verteilung von $\bar{V}(r)$ bei festem $r$ . . . . .	280
4.144. Die Verteilung von $r$ . . . . .	280
4.145. Kriterium . . . . .	281
4.15. Fehlerkompensation bei allgemeineren Verhältnissen . . . . .	281
4.16. Bestimmung des optimalen Prämienfaktors $k$ . . . . .	283

4.2. Ein Lagerbewirtschaftungsmodell aus der Nahrungsmittelindustrie . . . . .	288
4.21. Grundsätzliches, Aufgabenstellung . . . . .	288
4.22. Modell . . . . .	289
4.23. Stationäre Verhältnisse . . . . .	298
4.24. Rohmaterialplanung . . . . .	302
4.3. Fabrikationsmittelmagazin-Bewirtschaftung . . . . .	306
4.31. Grundsätzliches . . . . .	306
4.32. Skizzierung der rechnerischen Bewirtschaftung . . . . .	308
4.33. Organisatorische Konzeption . . . . .	313
4.34. Praktische Erfahrungen . . . . .	314
4.4. Beleuchtungsunterhalt in Werkstätten . . . . .	315
4.41. Grundsätzliches . . . . .	315
4.42. Aufgabenstellung und Politikwahl . . . . .	319
4.43. Durchführung . . . . .	320
4.431. Plan des Vorgehens . . . . .	320
4.432. Auswertung der erarbeiteten Angaben . . . . .	321
4.4321. Beleuchtungsstärke . . . . .	322
4.4322. Kosten . . . . .	324
4.44. Beschaffung der benötigten Angaben . . . . .	325
4.441. Simulation . . . . .	325
4.442. Abschätzung der Anzahl Simulationen . . . . .	329
4.45. Schlußbemerkung . . . . .	333
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>334</b>
<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>336</b>