

Inhaltsverzeichnis

Kapitel I. Maßtheoretische Grundlagen

	Seite
§ 1. Die Mengenalgebra	2
§ 2. Mengenkörper	9
a) Allgemeine Definitionen	9
b) Ein Beispiel im R^n	11
c) Das direkte Produkt von Mengenkörpern	13
§ 3. Punkt- und Mengenfunktionen	17
a) Der allgemeine Fall	17
b) Der Spezialfall des geometrischen Inhalts	23
§ 4. Konstruktion eines Maßes aus einem Inhalt	26
§ 5. Intervallmaße im R^n	33
a) Verteilungsfunktionen	34
b) Maßdefinierende Funktionen	41

Kapitel II. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff

§ 1. Die intuitive Wahrscheinlichkeit	44
§ 2. Die naturwissenschaftliche Wahrscheinlichkeit	47
§ 3. Die Häufigkeitsinterpretation und die Normierungsforderung	54
§ 4. Der mathematische Wahrscheinlichkeitsbegriff	58

Kapitel III. Die Elemente der Wahrscheinlichkeitstheorie

§ 1. Die Grundbegriffe	60
a) Die Axiome des naturwissenschaftlichen Wahrscheinlichkeitsbegriffs	66
b) Verallgemeinerung des Begriffs der bedingten Wahrscheinlichkeit	74
§ 2. Die Grundtheoreme im Fall der LAPLACE-Experimente	77
§ 3. Die allgemeine Gültigkeit der Grundtheoreme	83
§ 4. Einige einfache Folgerungen aus den beiden Grundtheoremen	98
a) Folgerungen aus dem Additionssatz	98
b) Folgerungen aus dem Multiplikationssatz	103
§ 5. Behandlung einiger Aufgaben	114
§ 6. Relaisexperimente und BAYESSches Theorem	127
a) Das Relaisexperiment	127
b) Das Umkehrproblem	130
§ 7. Zufällige Größen	136
a) Die zufällige Größe und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung	136
b) Der Erwartungswert und die erzeugende Funktion	145
§ 8. Der Übergang zur abstrakten Wahrscheinlichkeitstheorie	150

Kapitel IV. Elemente der Integrationstheorie

§ 1. μ -meßbare Funktionen	159
a) Definition	159
b) Überpflanzung auf andere Mengen	159
c) Konvergenzbegriffe	165

	Seite
§ 2. μ -integrable Funktionen	171
a) Die allgemeine Theorie	171
b) LEBESGUE-STIELTJES-Integrale	182
§ 3. Quadratintegrierbarkeit	186
§ 4. Maßprodukte	195
a) Das Produktmaß auf endlichen Mengenprodukten	195
b) Das Produktmaß auf unendlichen Mengenprodukten	202
c) Der Satz von KOLMOGOROFF	207

Kapitel V. Zufällige Größen auf allgemeinen Wahrscheinlichkeitsfeldern

§ 1. Idealisierte Experimente und Vergrößerungen	210
§ 2. Wahrscheinlichkeitsdichten	222
a) Allgemeines	222
b) Transformation von Wahrscheinlichkeitsdichten	226
§ 3. Unabhängige zufällige Größen	234
a) Der abstrakte Unabhängigkeitsbegriff	234
b) Die Faltung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen	237
§ 4. Erwartungswerte, Momente, Varianzen	241
a) Der Erwartungswert	241
b) Die Momente einer zufälligen Größe	243
c) Die Momente bei mehreren zufälligen Größen	255
§ 5. Bedingte Erwartungswerte und Verteilungen	271
a) Bedingte Erwartungswerte	271
b) Bedingte Verteilungsfunktionen	279
c) Iterierte Erwartungswerte	286
d) Allgemeine Faltungsformel und BAYESSches Theorem für Dichten	294
§ 6. Charakteristische Funktionen zufälliger Größen	297
a) Definition und einfache Eigenschaften	297
b) Einige Beispiele	305
c) Weitere Eigenschaften	311
d) Umkehrformeln	317
§ 7. Die Konvergenz von Verteilungsfunktionen	330
a) Die v -Konvergenz	330
b) Beschreibung der charakteristischen Funktionen durch ihre funktio- nellen Eigenschaften	338

Kapitel VI. Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen

§ 1. Die Γ -Funktion und die Γ -Verteilungen	342
§ 2. Die Multinomialverteilungen	350
a) Die Binomialverteilung und die Poisson-Verteilung	350
b) Die Polynomialverteilung	357
§ 3. Die GAUSS-Verteilung	364
a) Der eindimensionale Fall	364
b) Der n -dimensionale Fall	367
c) Charakterisierung der Normalverteilung durch innere Eigenschaften	371
§ 4. Einige mit der Normalverteilung zusammenhängende Verteilungen	377
a) Die χ^2 -Verteilung	377
b) Die t -Verteilung	378
c) Die F -Verteilung	381
d) Die T^2 -Verteilung	383

Kapitel VII. Die Konvergenz zufälliger Größen		Seite
§ 1. Definitionen und allgemeine Sätze		387
a) Die wahrscheinlichkeitstheoretischen Konvergenzbegriffe		387
b) Die Konvergenz des Erwartungswertes		394
c) BAIRESche Eigenschaften		396
d) Null-Eins-Gesetze		399
§ 2. Grenzwertsätze für BERNOULLI-Experimente		403
§ 3. Allgemeine Konvergenzkriterien		412
a) Das Prinzip der äquivalenten Folgen		412
b) Kriterien für das schwache Gesetz der großen Zahlen		414
c) Kriterien für starke Konvergenz		418
§ 4. Der zentrale Grenzwertsatz		423
Lösungen der Aufgaben		439
Literaturverzeichnis		457
Namen- und Sachverzeichnis		459