

Inhalt

Kombinatorik — auch linguistisch = sprach-(wissenschaft)licher Art	9
---	---

1. Permutationen als Anordnungen und als Abbildungen	11
1.1. Permutationen voneinander ver- schiedener Elemente	11
1.1.1. Fakultätenschreib- und -rechen- weise	13
1.1.2. Permutationsgraphen, Fakultäts- bäume	15
1.2. Spezielle syntaktische Permutatio- nen	17
1.3. Inversionen bei Permutationen ..	21
1.3.1. Inversionen	21
1.3.2. Gerade und ungerade Permutatio- nen	23
1.4. Permutationen als Abbildungen ..	24
1.4.1. Verknüpfung von Permutationen	24
1.4.2. Inverse Permutationen	25
1.4.3. Assoziatives Gesetz bei Permuta- tionsverknüpfungen	26
1.4.4. Von der Permutationsmenge zur -gruppe	27
1.4.5. Deckdrehungen des gleichseitigen Dreiecks als Gruppe	28
1.4.6. Gerade 3elementige Permutatio- nen als isomorphe (Unter-) Gruppe	31
1.4.7. Umklappungen/ungerade Permu- tationen als Ergänzungen zu D_3 und S_3	32
1.4.7.1. Drehungen und (Um-)Klappungen des gleichseitigen Dreiecks als Die- dergruppe D_3	32
1.4.7.2. Gerade/ungerade 3elementige Permutationen als symmetrische Gruppe 3ten Grades S_3	33
1.4.8. Permutationsgruppen n -ten und niedereren Grades	34
1.4.8.1. Permutationsgruppe n -ten Grades S_n	34
1.4.8.2. Alternierende Gruppe n -ten Gra- des A_n	34
1.4.8.3. Symmetrische Gruppe S_4 und alter- nierende Gruppe A_4	35

1.4.8.4.	Diedergruppe D_4 des Quadrats: Ordnung 8	36
1.4.8.5.	Drehungsgruppe des Quadrats in der Ebene: Ordnung 4	36
1.4.8.6.	Identische Permutation als (trivia- le) Untergruppe	37
1.4.9.	Beziehung zwischen Gruppen- und Untergruppenordnung	38
1.5.	Absolute (fixpunktfreie) Permuta- tionen	38
1.6.	Permutationen von Sorten je unter sich gleicher Elemente	41
1.6.1.	Sonderfall: Zwei Sorten k und $(n - k)$	41
1.6.2.	Euler-Symbol	41
2.	Variationen als geordnete Aus- wahlen	43
2.1.	Variationen von n verschiedenen Elementen ohne Wiederholung zur k -ten Klasse	44
2.2.	Variationen von n Elementen mit Wiederholung zur k -ten Klasse ..	47
2.3.	Belegungsmenge – Komposition von Menge und Variation	50
2.4.	Geographisch-idiomatische Varia- tionen	51
3.	Kombinationen als Auswahlen ohne Berücksichtigung der An- ordnung	55
3.1.	Kombinationen ohne Wiederho- lung der Elemente zur k -ten Klasse	55
3.1.1.	Allgemeine Definition des Euler- Symbols	56
3.1.2.	Übereinstimmung beider Defini- tionsarten	56
3.1.3.	Sonderfälle und Eigenschaften des Euler-Symbols	56
3.1.4.	Binominallehrsatz	58
3.1.4.1.	Anwendungen des Binomiallehr- satzes mit Binomialverteilung	60
3.1.4.2.	Galton-Brett und Römischer Brun- nen	61
3.2.	Kombinationen mit Wiederho- lung	64
3.3.	Semantische Kombinationen	66

3.3.1.	Semantische Kombinationen im (engeren) mathematischen Sinne	66
3.3.2.	Uneigentliche semantische Kombinationen	67
3.4.	Formeln zur Kombinatorik	69
4.	Kombinieren im weiteren Sinne in anderen Disziplinen	70
4.1.	Himmels-„Koordinaten“-Kreuz	70
4.2.	Magische Quadrate	71
4.2.1.	Magisches Dreierquadrat	71
4.2.2.	Magisches 4gliedriges Quadrat	72
4.2.3.	Magisches (Euler-)Rösselsprung-Quadrat	74
4.3.	Technische Kompositions-Kombinationen	76
4.4.	Platonische Sternkörper als 3dimensionale Kompositions-Kombinationen regelmäßiger Drei-, Vier- und Fünfecke	78
4.4.1.	Würfels Stern	78
4.4.2.	Ikosaederstern	78
4.5.	Gesundheits-Produkt-Baum	79
5.	Wahrscheinlichkeitsbegriffe	82
5.1.	Wahrscheinlichkeitsbegriff im Alltag	82
5.2.	Historischer Rückblick	82
5.3.	Begriff der Wahrscheinlichkeit	83
5.3.1.	Klassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff	84
5.3.2.	Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff	86
6.	Zufallsvariable	88
6.1.	Begriffseinführung	88
6.2.	Verteilungen von Zufallsvariablen	92
6.3.	Erwartungswert einer Zufallsvariablen	96

7.	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit	98
7.1.	Bedingte Wahrscheinlichkeit	98
7.2.	Satz von Bayes	102
7.3.	Anwendungen	104
7.4.	Unabhängigkeit	106
8.	Erwartungswert und Varianz ..	108
8.1.	Eigenschaften des Erwartungswertes	108
8.2.	Multiplikationssatz für Erwartungswerte	110
8.3.	Varianz einer Zufallsvariablen ..	111
8.4.	Das (schwache) Gesetz der großen Zahlen	114
9.	Spezielle Verteilungen	117
9.1.	Binominalverteilung	117
9.2.	Hypergeometrische Verteilung ..	120
9.3.	Approximation durch die Poisson-Verteilung	122
9.4.	Normalverteilung	124
10.	Irrfahrten und Markow-Ketten ..	128
10.1.	Irrfahrten	128
10.2.	Markow-Ketten	131
10.3.	Methode von A. Engel	135
11.	Lösungen zu den Vorübungen und Aufgaben	137
12.	Symbole und Bezeichnungen ..	182
13.	Tafeln	183
13.1.	Potenzen	183
13.2.	Fakultäten	183
13.3.	Binomialverteilung	184
13.4.	Werte der Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung	186
14.	Literatur	188
15.	Namen- und Sachverzeichnis ..	189