

Inhaltsverzeichnis

<u>1. Einführung in Grundgedanken der deterministischen Systemtheorie</u>	1
1.1. Frequenzgang und Gewichtsfunktion	1
1.2. Vektorielle Differentialgleichung erster Ordnung (Darstellung im Zustandsraum)	7
1.3. Anhang: Grundbegriffe der Fouriertransformation	13
1.4. Anhang: Grundbegriffe der Matrizen- und Vektorrechnung	19
<u>2. Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundbegriffe</u>	25
2.1. Statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff	25
2.1.1. Zufällige Ereignisse und ihre Verknüpfungen	26
2.1.2. Plausibilitätsbetrachtung zur Axiomatik von Kolmogoroff	27
2.1.3. Bedingte Wahrscheinlichkeit und statistische Unabhängigkeit	31
2.2. Begriff der Verteilungsfunktion	34
2.2.1. Zufallsvariable und Zufallsprozeß	34
2.2.2. Verteilungsfunktion	38
2.2.3. Bedingte Verteilungsdichte	40
2.3. Erwartungswerte	45
2.3.1. Definition des Erwartungswerts	45
2.3.2. Momente und charakteristische Funktion	46
2.3.3. Bedingte Erwartungswerte	52
2.4. Gaußverteilungen	54
2.4.1. Eindimensionale Gaußverteilung	54
2.4.2. Mehrdimensionale Gaußverteilungen	56
2.5. Diskussion der Ergebnisse von Abschnitt 2	60
<u>3. Korrelationsfunktionen und spektrale Leistungsdichten in linearen Systemen</u>	64
3.1. Korrelationsfunktionen	64
3.1.1. Definition und allgemeine Eigenschaften von Korrelationsfunktionen	65

3.1.2. Beispiele für Autokorrelationsfunktionen	69
3.2. Spektrale Leistungsdichten	74
3.2.1. Wiener-Khintchine-Relation	74
3.2.2. Prozesse mit vorgegebener spektraler Leistungs- dichte	78
3.3. Korrelation zwischen Signalen in linearen Systemen	79
3.3.1. Autokorrelation der Ausgangsgröße eines Filters und Kreuzkorrelation zwischen Eingangs- und Aus- gangsgröße.	80
3.3.2. Korrelation bei Linearkombination von Zufallsproz- essen.	82
3.4. Diskussion der Ergebnisse von Abschnitt 3	85
<u>4. Messung stochastischer Größen</u>	<u>89</u>
4.1. Messung von Erwartungswerten	90
4.1.1. Verschiedene Formeln für die Varianz von arith- metischen Mittelwerten	90
4.1.2. Optimale Messungen unter Nebenbedingungen	101
4.2. Messung von Korrelationsfunktionen	103
4.2.1. Messung von Korrelationsfunktionen allgemein	104
4.2.2. Fehlerschätzung im Gaußschen Fall	106
4.3. Messung von spektralen Leistungsdichten.	110
4.3.1. Inkonsistenz des Periodogramms	111
4.3.2. Indirekte Messung über die Korrelationsfunktion. . . .	115
4.3.3. Messung durch schmalbandige Filter	118
4.4. Diskussion der Ergebnisse von Abschnitt 4	121
<u>5. Statische nichtlineare Transformation von Zufallsprozessen . .</u>	<u>125</u>
5.1. Verteilungsdichten nach statischer Transformation	125
5.1.1. Transformation eindimensionaler Verteilungen	125
5.1.2. Transformation mehrdimensionaler Verteilungen	129
5.2. Korrelationsfunktion nach statischer Transformation	134
5.2.1. Transformation beliebiger Prozesse	134
5.2.2. Transformation von Gaußprozessen	135
5.3. Stochastische Linearisierungen	144
5.3.1. Äquivalenter Verstärkungsfaktor (Gaußsche Be- schreibungsfunktion)	144
5.3.2. Quasilineare rückgekoppelte Systeme	149
5.3.3. Anhang: Berechnung von uneigentlichen Integra- len gewisser rationaler Funktionen.	157
5.4. Diskussion der Ergebnisse von Abschnitt 5	158

<u>6. Dynamische nichtlineare Transformation von Zufallsprozessen</u>	162
6.1. Kolmogoroffsche Differentialgleichungen	163
6.1.1. Smoluchowski (Chapman-Kolmogoroff)-Gleichung	163
6.1.2. Klassische Herleitung der Vorwärts-Gleichung (Fokker-Planck-Gleichung)	164
6.1.3. Anwendung der Fokker-Planck-Gleichung	171
6.1.4. Klassische Herleitung der Rückwärts-Gleichung	179
6.2. Stochastische Differential- und Integralgleichungen	180
6.2.1. Konvergenz im quadratischen Mittel	181
6.2.2. Wiener-(Brown)-scher Prozeß	186
6.2.3. Stochastische Integrale nach Ito bzw. Stratonovich	189
6.2.4. Stochastische Differentialgleichungen mit weißem Rauschen als Störfunktion	193
6.3. Diskussion der Ergebnisse von Abschnitt 6.	197
<u>7. Optimale Übertragungssysteme</u>	202
7.1. Systeme mit vorgegebener Struktur	202
7.2. Wiener-Filter	206
7.2.1. Ableitung der Wiener-Hopfschen Integralgleichung	206
7.2.2. Frequenzgang des optimalen Filters	209
7.2.3. Optimierung rückgekoppelter Systeme	213
7.3. Kalman-Filter	217
7.3.1. Orthogonalitätsprinzip der linearen Schätztheorie	217
7.3.2. Rekursive Filtergleichungen im zeitdiskreten Fall	221
7.3.3. Kalman/Bucy-Filter für kontinuierliche Systeme	231
7.4. Diskussion der Ergebnisse von Abschnitt 7	246
<u>8. Punktprozesse (Ströme von Geschehnissen)</u>	252
8.1. Beziehungen zwischen den Wahrscheinlichkeiten für die Punktzahlen in einem Zeitraum und den Verteilungsfunktionen für Punktabstände	255
8.1.1. Allgemeine geordnete stationäre Punktprozesse	256
8.1.2. Erneuerungsprozesse	261
8.1.3. Erwartungswerte bei Punktprozessen	264
8.2. Punktprozesse, die durch stationäre Prozesse erzeugt werden	266
8.2.1. Erwartungswerte für Anzahl und Dauer von Auf- enthalten in einem gegebenen Wertebereich	267
8.2.2. Verteilungsfunktion der Dauer einer Niveauüber- schreitung	273

8.2.3. Zusammenhang zwischen den Abständen von Null- durchgängen und der Autokorrelationsfunktion bei Gaußprozessen	280
8.2.4. Wahrscheinlichkeit für den Aufenthalt in einem In- tervall gerader (ungerader) Nummer	282
8.3. Abwandlung von Prozessen durch Abtastung gemäß Punkt- prozessen	286
8.3.1. Periodische Abtastung	286
8.3.2. Stochastische, speziell Poissonsche Abtastung	289
8.4. Diskussion der Ergebnisse von Abschnitt 8	297
<u>9. Lösung der Übungsaufgaben</u>	304
<u>Schrifttumsverzeichnis</u>	342
<u>Sachverzeichnis</u>	348

Bemerkungen zum Inhaltsverzeichnis

Abschn. 1 enthält eine kurze Zusammenstellung der mathematischen Beschreibungsmöglichkeiten für dynamische Systeme, wobei auch Grundbegriffe der Fouriertransformation sowie der Matrizen- und Vektorrechnung wiederholt werden. Dann folgt in Abschn. 2 eine kurze heuristische Einführung in die elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung, wo bereits der Begriff Zufallsprozeß (stochastischer Prozeß) als geordnete Menge von Zufallsvariablen erklärt wird. Als spezielle Erwartungswerte bzw. deren Fouriertransformierte werden in Abschn. 3 Korrelationsfunktionen bzw. spektrale Leistungsdichten (insbesondere) stationärer Prozesse eingeführt. Ihre Transformation durch dynamische lineare Systeme wird untersucht. Einige Untersuchungen zur Theorie der Messung von Kennwerten von Zufallsprozessen in Abschn. 4 runden die Betrachtungen dieses ersten Teils des Buches zur Praxis hin ab. Hierauf folgt in den Abschn. 5 bzw. 6 die Untersuchung des Einflusses statischer nichtlinearer bzw. dynamischer nichtlinearer Systeme auf Zufallsprozesse, wobei auch ausführlich auf rückgekoppelte Systeme eingegangen wird. Logischerweise schließen sich daran in Abschn. 7 Optimierungsuntersuchungen verschiedener Art an. Diese lassen sich im wesentlichen unter dem Begriff Optimalfilter-Synthese zusammenfassen, d.h. es werden realisierbare dynamische Systeme gesucht, die einen - meist als Störung- gegebenen Zufallsprozeß zum