

TABLE DES MATIERES

0 INTRODUCTION

0.1 Mouvement brownien	2
0.2 Processus de Wiener	4
0.3 Diffusions	6
0.4 Diffusions à fronts d'onde	9
0.5 Mouvement brownien relativiste	12
0.6 Classification des équations d'onde	14
0.7 Principe de correspondance	15
0.8 Onde broglienne	17
0.9 Conclusion	18

1 PROBABILITES ET ESPERANCES

1.1 Algèbres et σ -algèbres d'ensembles	19
1.2 Espaces de probabilité	22
1.3 Variables aléatoires et espaces de probabilité images	27
1.4 Espérance	28
1.5 Théorèmes de Beppo Lévi et de Fatou-Lebesgue	32
1.6 Convergence presque sûre et convergence en probabilité	36
1.7 Equi-intégrabilité et convergence presque sûre	37
1.8 Conditionnement et indépendance	40
1.9 Martingales	48

2 MESURE DE WIENER ET MOUVEMENT BROWNIEN

2.1 Première définition du mouvement brownien	53
2.2 Mesure de Wiener	55
2.3 Processus de Wiener et mouvement brownien	60
2.4 La martingale exponentielle	62
2.5 Processus de Wiener à plusieurs dimensions	64

3 DIFFERENTIELLES ET INTEGRALES STOCHASTIQUES

3.1 Intégrale stochastique	67
3.2 Equations différentielles stochastiques	74
3.3 Extension de l'intégrale stochastique	82
3.4 Intégrales et différentielles stochastiques pour un mouvement brownien à plusieurs dimensions	92

4 DIFFUSIONS

4.1 Temps d'arrêt	98
4.2 Diffusions sur la droite réelle	102
4.3 Diffusions sur une variété	114
4.4 La martingale exponentielle	127

5 LE MOUVEMENT BROWNIEN RELATIVISTE

5.1 La forme différentielle ω_1	132
5.2 La forme différentielle ω_2	144
5.3 Equation de Schrödinger et équation de Pauli	147
5.4 Mouvement brownien relativiste	152
5.5 Equation de Dirac	159
5.6 Equations de Maxwell	165
5.7 Oscillateur harmonique	173

6 EQUATIONS DE LAGRANGE ET DE HAMILTON

6.1 Equations de Lagrange	180
6.2 Equations de Hamilton	184
6.3 Défactorisation et invariants intégraux	185
6.4 La différentielle extérieure $d\omega_2$	188
6.5 Cas du processus de Wiener	192

APPENDICES

A.0 How to attackle the technicalities	194
A.1 Une propriété caractéristique du mouvement brownien	195
A.2 Retournement du processus de Wiener	197
A.3 Retournement d'une diffusion	199
A.4 Lemme de Weyl	205

NOTES

206

BIBLIOGRAPHIE

208