

TABLE DES MATIÈRES.

PRÉFACE.....	Pages. v
--------------	-------------

PREMIÈRE PARTIE.

Théorie.

CHAPITRE I.

1. Méthode des moindres carrés.....	1
2. Erreurs auxquelles les observations sont soumises.....	2
3. Distinction à établir entre les erreurs et les fautes.....	3
4. Correction des observations.....	4
5. Classification des observations.....	5

OBSERVATIONS IMMÉDIATES.

6. La moyenne arithmétique des valeurs fournies par un nombre d'observations immédiates d'une inconnue.....	5
7. Erreur moyenne arithmétique.....	7
8. Erreur moyenne quadratique d'une observation lorsque la véritable valeur de la grandeur observée est connue.....	7
9. Erreur moyenne de la moyenne arithmétique.....	8
10. Erreur moyenne d'une observation lorsque la véritable valeur de la grandeur mesurée est inconnue.....	9
11. Courbe de probabilité.....	10
12. Représentation graphique de la loi de répartition des erreurs.....	12
13. Erreur probable.....	13
14. Rapport entre l'erreur moyenne quadratique et l'erreur moyenne arithmétique.....	14
15. Usage de la loi de probabilité des erreurs.....	15
16. Erreur maxima déterminée par l'erreur moyenne.....	17
17. Critérium de Chauvenet pour le rejet d'une observation douteuse.	18

LOI DE PROPAGATION DES ERREURS.

	Pages.
18. Connaissant les erreurs moyennes d'un nombre quelconque de quantités x_1, x_2, \dots, x_m observées directement, trouver l'erreur moyenne de la fonction $X = x_1 \pm x_2 \pm x_3, \pm \dots \pm x_m$	18
Remarque relative à la mesure directe d'une longueur	20
19. Trouver l'erreur moyenne de la fonction $X = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3$.	20
20. Erreur moyenne d'une fonction quelconque des quantités observées.	21
21. Erreur moyenne d'une fonction pouvant prendre la forme logarithmique $X = \frac{L_1 L_2 L_3 \dots L_r}{L_{r+1} L_{r+2} \dots L_m}$	22

CHAPITRE II.

POIDS DES OBSERVATIONS.

22. Moyenne générale de plusieurs résultats de poids différents.	25
23. Erreur moyenne de la moyenne générale.	26
24. Relations entre les poids et les erreurs moyennes.	27
25. Unités de poids généralement adoptées.	28
26. Loi de propagation de poids. Remarque.	28

CHAPITRE III.

27. Observations médiates. Plusieurs inconnues à déterminer.	31
28. Équations linéaires.	32
29. Équations normales.	34
30. Vérification des équations normales.	36
31. Erreurs moyennes et poids des inconnues.	36
32. Poids des inconnues.	37
33. Trouver l'erreur moyenne d'une observation.	41
34. Modification à apporter à la méthode générale des moindres carrés, lorsque les équations primitives ne sont pas linéaires.	45
35. Trouver la précision de certaines quantités qui doivent être calculées en fonction des éléments qui ont été déterminés par la méthode des moindres carrés.	48
36. Cas où les observations sont d'inégale précision.	48
37. Élimination des inconnues des équations normales par la méthode de substitution, suivant Gauss. Remarque.	50
37a. Calcul des coefficients sommatoires.	53
37b. Calcul des coefficients auxiliaires.	55
38. Vérification des valeurs des inconnues.	57
38a. Détermination indépendante de chaque inconnue, suivant Gauss.	59
39. Équations d'erreur réduites.	60
40. Compensation de polygones ou de nœuds de nivellement géométrique	62

41. Compensation des coordonnées rectangulaires d'un point déterminé par la méthode de Pothenot, quand de ce point ont été observées les directions de n points de coordonnées connues.....	63
41a. Compensation des coordonnées d'un point déterminé par la méthode de Pothenot, quand de ce point ont été mesurés les angles qui forment entre eux plus de trois rayons.....	77

CHAPITRE IV.

42. Observations conditionnelles.....	79
43. Disposition des calculs.....	87
44. Résumé du n° 42.....	89
45. Calcul de l'erreur moyenne des observations.....	89
46. Modification à apporter à la méthode générale des moindres carrés lorsque les observations sont d'inégale précision. Exemple numérique. Vérification.....	90
47. Compensation des erreurs d'un nivellement géométrique.....	92
48. Compensation des erreurs d'un nivellement trigonométrique.....	98

CHAPITRE V.

49. Compensation des triangulations.....	103
50. Conditions que doivent remplir les angles.....	104
51. Équations de condition d'un quadrilatère avec ses deux diagonales. Équations aux angles; équations aux côtés.....	104
52. Équations de condition d'un polygone formé de cinq triangles ayant un sommet commun. Équations aux angles; équations aux tours d'horizon; équations aux côtés.....	107
53. Nombre d'équations aux tours d'horizon.....	108
54. Nombre d'équations aux angles.....	109
55. Nombre d'équations aux côtés.....	109
56. Nombre total des équations de condition dans le cas de mesures d'angles.....	110
57. Formation des équations de condition dans le cas de mesures d'angles. Leur réduction à la forme linéaire. Premier cas : équations aux angles. Deuxième cas : équations aux tours d'horizon. Troisième cas : équations aux côtés.....	111
58. Choix de l'équation aux côtés.....	114
59. Formation des équations de condition dans le cas de mesures de directions.....	119
60. Compensation du réseau de la base.....	120
61. Compensation des directions aboutissant à un point inaccessible....	121
62. Compensation d'un réseau de second ordre.....	121
63. Méthodes de compensation non rigoureuses.....	124

CHAPITRE VI.

64. Compensation rigoureuse des cheminements fermés.....	127
65. Compensation non rigoureuse des cheminements fermés.....	133
66. Compensation d'un cheminement compris entre deux points connus.....	135
67. Méthodes empiriques de compensation des cheminements.....	139
68. Tolérances adoptées dans la mesure des côtés et des angles d'un cheminement fermé.....	141

DEUXIÈME PARTIE.

Applications.

CHAPITRE I.

1 ^{er} exemple (n° 10). — Trouver la moyenne arithmétique d'un angle mesuré 15 fois au théodolite, l'erreur moyenne d'une observation et l'erreur moyenne de la moyenne arithmétique.....	149
2 ^e exemple (n° 10). — Trouver la moyenne arithmétique d'une longueur mesurée six fois, l'erreur moyenne d'une mesure et l'erreur moyenne de la moyenne arithmétique.....	150
3 ^e exemple (n° 13). — Connaissant l'erreur moyenne d'un angle mesuré 15 fois au théodolite, trouver l'erreur probable d'une observation.....	151
4 ^e exemple (n° 14). — Trouver l'erreur moyenne quadratique d'une observation par l'erreur moyenne arithmétique.....	151
5 ^e exemple (n° 16). — Trouver l'erreur maxima d'une observation à l'aide de son erreur moyenne.....	152
6 ^e exemple (n° 17). — Trouver l'erreur maxima d'une observation par le critérium de Chauvenet.....	152
7 ^e exemple (n° 18). — Calculer l'erreur moyenne d'une longueur par la somme de ses deux parties.....	152
8 ^e exemple (n° 18). — Calculer l'erreur moyenne d'un angle par la somme de ses deux parties.....	153
9 ^e exemple (n° 18). — Calculer : 1 ^o l'erreur moyenne d'une direction mesurée au théodolite; 2 ^o l'erreur moyenne d'un angle.....	153
10 ^e exemple (n° 18). — Calculer l'erreur moyenne de la longueur d'une colonnade régulière en mesurant tous les entre-colonnements ..	154
11 ^e exemple (n° 19). — Calculer l'erreur moyenne de la longueur d'une colonnade régulière en mesurant seulement un entre-colonnement.	154

12 ^e exemple (n ^o 19). — Trouver l'erreur moyenne d'une base topographique	154
13 ^e exemple (n ^o 20). — Application du n ^o 20 au calcul trigonométrique d'un triangle.....	156
14 ^e exemple (n ^o 21). — Application du n ^o 21 au calcul trigonométrique d'un triangle.....	157

CHAPITRE II.

15 ^e exemple (n ^{os} 10, 22 et 23). — Trouver : <i>a.</i> la valeur la plus probable d'un angle mesuré par 46 répétitions; <i>b.</i> l'erreur moyenne de l'observation simple; celle de la moyenne arithmétique et celle de chaque observation eu égard à son poids.....	160
16 ^e exemple (n ^o 23). — Trouver le poids de deux longueurs dans le cas où l'on prendrait pour unité de poids le poids d'une longueur de 100 ^m mesurée une seule fois.....	162
17 ^e exemple (n ^o 23). — Trouver les erreurs moyennes de trois angles de poids différents.....	162
18 ^e exemple (n ^o 23). — Trouver les poids des trois angles d'un triangle en prenant pour unité de poids le poids d'un angle dont l'erreur moyenne est + 1''.....	163
19 ^e exemple (n ^{os} 22 et 23). — Trouver la valeur la plus probable d'un angle et son erreur moyenne dans le cas où la mesure de l'angle a été faite avec quatre théodolites différents.....	163
20 ^e exemple (n ^{os} 22 et 23). — Trouver la valeur la plus probable d'une longueur et son erreur moyenne dans le cas où la longueur a été mesurée six fois avec des règles de 5 ^m et de 4 ^m et avec un ruban d'acier de 20 ^m	164
21 ^e exemple (n ^{os} 22 et 23). — Trouver : <i>a.</i> la valeur la plus probable des coordonnées d'un point nodal de quatre cheminements et les erreurs moyennes des coordonnées; <i>b.</i> la valeur la plus probable des azimuts et leur moyenne respective.....	167
22 ^e exemple (n ^{os} 23 et 26). — Répartir l'erreur de fermeture d'un triangle dont les trois angles ont été mesurés dans des circonstances différentes.....	169
23 ^e exemple (n ^{os} 23 et 26). — Trouver le poids d'un angle composé de la somme de deux autres de poids différents.....	170
24 ^e exemple (n ^o 23). — Ayant employé deux théodolites dans une triangulation, évaluer le nombre de fois qu'on doit mesurer un angle avec chaque théodolite afin qu'on obtienne la même exactitude, le poids et l'erreur moyenne de la moyenne arithmétique des résultats.....	171

	Pages.
25 ^e exemple (n ^o 26). — Trouver le poids d'un angle composé de la demi-somme de deux autres de poids différents.....	172
26 ^e exemple (n ^{os} 20 et 26). — Calculer le poids de la fonction $c = \frac{b \sin C}{\sin B}$	172

CHAPITRE III.

APPLICATIONS.

27 ^e exemple (n ^{os} 28 et 29). — Résolution de quatre équations entre trois inconnues.....	175
28 ^e exemple (n ^o 30). — Vérification de l'exactitude des équations normales du 27 ^e exemple.....	177
29 ^e exemple (n ^{os} 28 et 29). — Trouver l'équation de la droite qui satisfait le plus exactement possible à la condition de passer par quatre points donnés.....	178
30 ^e exemple (n ^o 32). — Calcul du poids des inconnues du 27 ^e exemple.....	180
31 ^e exemple (n ^o 33). — Calcul de l'erreur moyenne d'une observation du 27 ^e exemple.....	182
32 ^e exemple (n ^o 34). — Application du n ^o 34 à la mesure des angles horizontaux.....	183
33 ^e exemple (n ^o 34). — Application du n ^o 34 à la réduction au centre de la station.....	186
34 ^e exemple (n ^o 35). — Précision des quantités calculées en fonction des inconnues déterminées au 33 ^e exemple.....	190
35 ^e exemple (n ^o 36). — Modification à apporter au 33 ^e exemple dans le cas où les observations sont d'inégale précision.....	190
36 ^e exemple (n ^o 37). — Résolution de quatre équations à trois inconnues par la méthode de substitution, suivant Gauss, sans l'aide de logarithmes.....	193
36 _a ^e exemple (n ^o 37). — Résolution de quatre équations à trois inconnues par la méthode de substitution, suivant Gauss, à l'aide de logarithmes.....	196
37 ^e exemple (n ^o 40). — Compensation d'un nivellement géométrique.....	201
38 ^e exemple (n ^o 41). — Compensation des coordonnées rectangulaires d'un point déterminé par la méthode de Pothenot, quand de ce point ont été observées les directions de n points de coordonnées connues.....	203
38 _a ^e exemple (n ^o 41 α). — Compensation des coordonnées rectangulaires d'un point déterminé par la méthode de Pothenot, quand de ce point ont été déterminés les angles que font entre eux plus de trois rayons.....	211

CHAPITRE IV.

	Pages.
39 ^e exemple (n ^o 42). — Compensation des angles mesurés dans toutes les combinaisons binaires parmi cinq directions aboutissant à un point.....	215
40 ^e exemple (n ^o 47). — Trouver les hauteurs compensées lorsqu'on a fait les nivellements entre deux points fixes pour déterminer les cotes d'un certain nombre de points.....	218
41 ^e exemple (n ^o 47). — Trouver les hauteurs compensées de quatre points lorsqu'on a fait parmi ces points six nivellements géométriques.....	223
42 ^e exemple (n ^o 48). — Compensation d'un nivellement trigonométrique.	225
43 ^e exemple (n ^o 46). — Exemple numérique du n ^o 46.....	229

CHAPITRE V.

COMPENSATION D'UNE TRIANGULATION

DANS LE CAS DE MESURES D'ANGLES D'ÉGALE PRÉCISION.

44 ^e exemple (n ^{os} 50 à 57). — Compensation d'une triangulation dans le cas de mesures d'angles d'égalité précision. Premier cas.....	232
45 ^e exemple (n ^{os} 50 à 57). — Deuxième cas.....	238
46 ^e exemple (n ^o 56). — Déterminer le nombre d'équations de condition lorsqu'on a mesuré 18 angles pour le réseau triangulaire de la figure 39.....	254
47 ^e exemple (n ^{os} 54 à 57). — Trouver les angles compensés lorsque, pour déterminer les coordonnées de trois points par celles des points P_1, P_2, P_3 (fig. 40), on a établi parmi eux six points de triangulation.....	255
48 ^e exemple (n ^o 60). — Compensation du réseau de la base de la triangulation de Milan.....	260
49 ^e exemple (n ^o 65). — Compensation des directions aboutissant à un point inaccessible. Premier cas.....	269
50 ^e exemple (n ^o 61). — Deuxième cas.....	273
51 ^e exemple (n ^o 65). — Compensation d'un cheminement fermé.....	276