

# TABLE DES MATIÈRES

## PREMIÈRE PARTIE

### ÉLÉMENTS DE CALCUL DES PROBABILITÉS CONVERGENCES STOCHASTIQUES.

CHAPITRE 1. — Le calcul des probabilités .....	1
I. Introduction .....	1
II. Expérience. Ensemble fondamental. Événements .....	2
III. Rappels d'algèbre des ensembles .....	5
IV. Classes stables. Anneaux. Algèbre de Boole .....	7
V. Suite d'ensembles. Limites. $\sigma$ -algèbres .....	8
VI. Fonctions additives d'ensemble .....	11
VII. Probabilités conditionnelles. L'indépendance .....	12
VIII. Les variables aléatoires réelles .....	13
CHAPITRE 2. — La fonction caractéristique .....	16
I. Définitions et premières propriétés .....	16
II. La fonction caractéristique et les moments .....	18
III. La seconde fonction caractéristique. Moments et cumulants .....	20
IV. Convergence des fonctions de répartition et convergence des fonctions caractéristiques .....	20
V. La fonction caractéristique d'un point aléatoire de $\mathbf{R}^k$ .....	21
CHAPITRE 3. — Introduction aux lois des grands nombres. Le problème de Bernoulli .....	22
I. Convergence de $F_n$ vers $p = E(F_n)$ .....	22
II. Lois asymptotiques de $S_n$ et $F_n$ .....	24
CHAPITRE 4. — Convergences stochastiques .....	26
A) <i>La convergence en probabilité</i> .....	26
I. Définitions .....	26
II. Propriétés .....	27
B) <i>La convergence presque sûre</i> .....	30
I. Définitions .....	30
II. Critères de convergence .....	32

III. Convergence presque sûre et ensemble de convergence d'une suite. Convergence presque sûre de $f(M_n) \rightarrow f(M)$ .....	32
IV. Convergence presque sûre et convergence en probabilité.....	34
V. Convergence mutuelle et convergence presque sûre.....	36
C) <i>Convergence en loi</i> .....	36
I. Définition .....	36
II. Propriétés.....	37
D) <i>La convergence en moyenne quadratique</i> .....	41
I. Distances dans l'espace $\mathcal{X}$ des variables aléatoires.....	41
II. Propriétés de la distance en moyenne quadratique. La convergence m. q. ....	42
CHAPITRE 5. — <b>Lois des grands nombres</b> .....	45
A) <i>Séries de variables aléatoires indépendantes</i> .....	45
I. Propriétés préliminaires.....	45
II. Théorème de Kolmogorov-Khintchine .....	48
B) <i>Lois des grands nombres</i> .....	50
I. Loi faible des grands nombres.....	50
II. Loi forte des grands nombres.....	50
CHAPITRE 6. — <b>Régression et corrélation</b> .....	53
I. Définitions et premières propriétés.....	53
II. Propriétés extrémales et comparaison des approximations.....	54
III. Régression et espérance conditionnelle.....	57
CHAPITRE 7. — <b>Loi de Laplace-Gauss dans <math>\mathbb{R}^k</math></b> .....	61
I. Définitions .....	61
II. Propriétés relatives à une partition de $M$ .....	62
III. Propriétés relatives aux transformations linéaires.....	63
IV. La l. p. non dégénérée de L.-G. dans $\mathbb{R}^k$ .....	68
V. Lois conditionnelles .....	69
VI. Cas particulier. Loi de Laplace-Gauss dans $\mathbb{R}^2$ .....	72

## DEUXIÈME PARTIE

## DISTRIBUTIONS D'ÉCHANTILLONNAGE

CHAPITRE 8. — <b>Echantillon d'une variable aléatoire réelle</b> .....	77
I. Variable aléatoire parente : Echantillon de taille $n$ .....	78
II. L'échantillon ordonné ; la f. r. empirique .....	79
III. Moments empiriques .....	83
IV. Les quantiles et la médiane.....	83
V. Comportement asymptotique de la moyenne.....	85
VI. Comportement de la variance empirique.....	87

CHAPITRE 9. — Echantillon d'une variable aléatoire de Laplace-Gauss .....	90
I. Loi de $\chi^2$ à $n$ degrés de liberté .....	90
II. Indépendance de la moyenne et de la variance empirique .....	99
III. La loi de Student .....	101
IV. Loi de Fisher-Snedecor .....	104
V. Application à l'analyse de la variance .....	107
CHAPITRE 10. — Echantillon d'une v. a. de Laplace-Gauss dans $R^k$ .....	113
I. Définitions et premières propriétés .....	113
II. Etude de l'intégrale de Siegel .....	116
III. La loi du $\chi^2$ à $k$ dimensions .....	119
IV. Loi de Hotelling .....	123
V. Loi du coefficient de corrélation .....	130
VI. Etude du cas particulier $k = 2$ .....	132
CHAPITRE 11. — Nombres au hasard. Simulation et méthode de Monte-Carlo. ....	137
I. Introduction .....	137
II. Les tables de nombres au hasard et autres procédés .....	138
III. Le tirage d'un échantillon d'une v. a. quelconque .....	140
IV. Utilisation des échantillons artificiels .....	143

## TROISIÈME PARTIE

## LA THÉORIE DE LA DÉCISION ET L'ESTIMATION

CHAPITRE 12. — Les fonctions de décision .....	149
I. Introduction .....	149
II. Les éléments de la théorie de la décision .....	152
III. Les critères de décision .....	156
IV. Esquisse d'une théorie générale de la décision .....	159
V. Etude du cas fini .....	163
CHAPITRE 13. — L'estimation .....	170
I. Exposé du problème .....	170
II. Décision et estimation .....	172
III. Propriétés générales des fonctions d'estimation .....	174
IV. Information et résumé exhaustif .....	181
CHAPITRE 14. — L'estimation ponctuelle .....	196
I. Introduction .....	196
II. La précision intrinsèque d'un estimateur. L'inégalité de Cramer-Rao. ....	197
III. Résumés exhaustifs. Estimateurs efficaces et de variance minimale ..	201
IV. La méthode du maximum de vraisemblance .....	209
V. Extension au cas de plusieurs paramètres .....	216

CHAPITRE 15. — L'estimation par intervalle.....	229
I. Exemple préliminaire et définitions.....	229
II. Méthode de construction d'un intervalle de confiance.....	233
III. Intervalles de confiance pour grands échantillons.....	239
IV. Régions de confiance asymptotiques pour plusieurs paramètres....	246

## QUATRIÈME PARTIE

## THÉORIE DES TESTS

CHAPITRE 16. — La théorie des tests .....	255
I. Introduction et exemple préliminaire.....	255
II. Théorie des tests et théorie de la décision.....	257
III. Définition et principes de la méthode de Neyman.....	262
CHAPITRE 17. — Tests entre deux hypothèses simples .....	265
I. Construction du test selon la méthode de Neyman.....	265
II. La théorie des tests selon Neyman et Pearson et la théorie de la décision .....	273
III. Interprétation simultanée de la construction des tests et des solutions de Bayes.....	279
CHAPITRE 18. — Tests entre hypothèses multiples .....	283
I. Introduction .....	283
II. Quelques familles particulières de l. p. ....	284
III. Notations et plan .....	287
IV. Existence d'un test UMP pour la classe $\{\theta \leq \theta_0, \theta > \theta_0\}$ .....	288
V. Existence d'un test UMP pour la classe $\{\theta \leq \theta_1, \theta \geq \theta_2 \mid \theta_1 < \theta < \theta_2\}$ .....	290
VI. Etude des tests UMP pour la classe $\{\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \mid \theta < \theta_1, \theta > \theta_2\}$ .....	295
VII. Le test du rapport de vraisemblance.....	299
CHAPITRE 19. — Les tests d'ajustement.....	308
I. Introduction .....	308
II. La loi multinomiale .....	308
III. Le test du $\chi^2$ .....	313
IV. Le test de Kolmogorov-Smirnov .....	317
TABLES .....	320
Nombres au hasard .....	321
Fonction densité de la loi de Laplace-Gauss .....	323
Fonction intégrale de la loi de Laplace-Gauss .....	324
Loi de Laplace-Gauss. Table de la fonction $P(x) = 1 - \int_{-x}^{+x} e^{-u^2/2} du$ .....	325
Distribution de T (Loi de Student) .....	326
Distribution de $\chi^2$ .....	327
Distribution de F .....	328
BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE .....	330
Index alphabétique .....	331