

## INHALT

Vorwort .....	9
Symbole und Bezeichnungen .....	11
1. Einleitung .....	13
2. Wahrscheinlichkeiten .....	16
2.1 Experimente, Ereignisse, Stichprobenraum .....	16
2.2 Begriff der Wahrscheinlichkeit .....	17
2.3 Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Bedingte Wahrscheinlichkeit .....	19
3. Zufallsvariable. Verteilungen einer Variablen .....	22
3.1 Zufallsvariable .....	22
3.2 Verteilungen einer Zufallsvariablen .....	22
3.3 Funktion einer Zufallsvariablen, Erwartungswert, Streuung, Momente .....	24
3.4 Die Tschebyscheffsche Ungleichung .....	30
4. Verteilungen mehrerer Zufallsvariablen .....	32
4.1 Verteilungsfunktion und Wahrscheinlichkeitsdichte von 2 Veränderlichen .....	32
4.2 Erwartungswerte, Varianz, Kovarianz und Korre- lation. ....	34
4.3 Mehr als 2 Veränderliche, Vektor- und Matrix- schreibweise .....	38
4.4 Transformation der Variablen .....	41
4.5 Lineare und orthogonale Transformation. Fehler- fortpflanzung .....	44
5. Verschiedene wichtige Verteilungen und Sätze .....	50
5.1 Binomial- und Multinomialverteilung .....	50
5.2 Häufigkeit. Das Gesetz der großen Zahl .....	53
5.3 Hypergeometrische Verteilung .....	54
5.4 Poisson-Verteilung .....	58
5.5 Gleichverteilung .....	63
5.6 Die charakteristische Funktion einer Verteilung .	64
5.7 Das LAPLACEsche Fehlermodell .....	67
5.8 Die GAUSSsche oder Normalverteilung .....	69

5.9	Zahlenmäßiges Verhalten der Normalverteilung . . .	71
5.10	Normalverteilung mehrerer Veränderlicher . . . . .	74
5.11	Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	80
5.12	Meßfehler und Normalverteilung. Das Modell von HERSCHEL . . . . .	82
5.13	Faltung von Verteilungen . . . . .	84
6.	Stichproben . . . . .	87
6.1	Zufällige Stichprobe. Verteilungsfunktion einer Stichprobe. Schätzungen . . . . .	87
6.2	Stichproben aus kontinuierlichen Grundgesamt- heiten . . . . .	90
6.3	Stichproben aus zerlegten Grundgesamtheiten . . .	92
6.4	Stichproben ohne Zurücklegen aus endlichen dis- kreten Grundgesamtheiten. Mittlere quadratische Abweichung. Freiheitsgrade . . . . .	95
6.5	Stichproben aus Gauß-Verteilungen. $\chi^2$ -Vertei- lung . . . . .	100
6.6	$\chi^2$ und empirische Varianz . . . . .	104
7.	Die Methode der „Maximum Likelihood“ . . . . .	106
7.1	Likelihood-Quotient. Likelihood-Funktion . . . . .	107
7.2	Die Maximum Likelihood-Methode . . . . .	108
7.3	Informations-Ungleichung. Schätzungen kleinster Varianz. Erschöpfende Schätzungen . . . . .	110
7.4	Asymptotische Eigenschaften von Likelihood- Funktion und Maximum Likelihood-Schätzungen	117
7.5	Lösung der Likelihood-Gleichung durch Iteration	119
7.6	Gleichzeitige Schätzung mehrerer Parameter . . .	120
7.7	Eindeutigkeit der Maximum Likelihood-Methode. Konfidenz-Intervall . . . . .	125
7.8	Die BARTLETTsche S-Funktion . . . . .	126
8.	Prüfung statistischer Hypothesen (Tests) . . . . .	131
8.1	F-Test über die Gleichheit zweier Streuungen . . .	133
8.2	STUDENTs Test. Vergleich von Mittelwerten . . .	137
8.3	Begriffe aus der allgemeinen Testtheorie . . . . .	142
8.4	Der Satz von NEYMAN-PEARSON und Anwen- dungen . . . . .	148
8.5	Die Likelihood Quotienten-Methode . . . . .	151
8.6	Der $\chi^2$ -Test über die Güte einer Anpassung . . . . .	157

9.	Die Methode der kleinsten Quadrate	165
9.1	Direkte Messungen gleicher oder verschiedener Genauigkeit	165
9.2	Indirekte Messungen	170
9.2.1	Linearer Fall	170
9.2.2	Nichtlinearer Fall	178
9.2.3	Eigenschaften der Lösung nach kleinsten Quadraten. $\chi^2$ -Test	186
9.3	Bedingte Messungen	188
9.3.1	Die Methode der Elemente	189
9.3.2	Die Methode der LAGRANGEschen Multiplikatoren	192
9.4	Der allgemeine Fall der Anpassung nach kleinsten Quadraten	196
9.5	Ein FORTRAN-Programm für den allgemeinen Fall. Beispiele	199
10.	Bemerkungen über Minimisierung	219
10.1	Parameterschätzung und Minimisierung	219
10.2	Verschiedene Minimierungsvorschriften	220
11.	Varianzanalyse	227
11.1	Einfache Varianzanalyse	227
11.2	Doppelte Varianzanalyse	232
11.3	Ein FORTRAN-Programm für doppelte Varianzanalyse	241
12.	Lineare Regression	247
12.1	Lineare Regression als einfacher Fall kleinster Quadrate	247
12.2	Konfidenzintervalle	250
12.3	Prüfung von Hypothesen	252
12.4	Lineare Regression und Varianzanalyse	253
Anhang A	Elemente der FORTRAN-Programmiersprache	255
Anhang B	Kurze Einführung in die Matrizenrechnung	267
B-1	Definition von Matrizen und Vektoren	267
B-2	Gleichheit, Addition, Subtraktion und Multiplikation von Matrizen	270
B-3	Determinante und Inverse einer quadratischen Matrix. Lösung von Matrixgleichungen	274
B-4	FORTRAN-Programme für Matrix-Operationen	282

Anhang C	Elemente der Kombinatorik . . . . .	292
Anhang D	Die Eulersche Gammafunktion . . . . .	295
Anhang E	Formelsammlung . . . . .	297
Anhang F	Statistische Tafeln . . . . .	316
Literatur	. . . . .	335
Register	. . . . .	339