

# Inhalt

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| <b>1.</b> | <b>Mathematische Hilfsmittel</b> .....                                    | <b>11</b> |
| 1.1.      | Häufig verwendete Symbole .....   | 11        |
| 1.2.      | Kombinatorik .....  | 13        |
| 1.2.1.    | Binomischer Satz .....  | 13        |
| 1.2.2.    | Permutationen .....   | 14        |
| 1.2.3.    | Variationen .....   | 15        |
| 1.2.4.    | Kombinationen .....   | 16        |
| 1.3.      | Gamma- und Betafunktion .....   | 18        |
| 1.4.      | Mengen und Maße .....   | 19        |
| 1.5.      | Quadratische Formen und idempotente Matrizen .....                        | 22        |
| 1.6.      | Linearer Vektorraum .....   | 24        |
| 1.7.      | Übungsaufgaben .....  | 29        |
| <b>2.</b> | <b>Charakterisierung empirischer Verteilungen</b> .....                   | <b>32</b> |
| 2.1.      | Darstellung von Beobachtungsmaterial .....                                | 32        |
| 2.2.      | Maßzahlen in Beobachtungsreihen .....                                     | 42        |
| 2.3.      | Übungsaufgaben .....  | 45        |
| <b>3.</b> | <b>Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....                | <b>47</b> |
| 3.1.      | Der Begriff der Wahrscheinlichkeit. Definition und Interpretation .....   | 47        |
| 3.2.      | Das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten .....                                | 55        |
| 3.3.      | Bedingte Wahrscheinlichkeiten und der Satz von BAYES .....                | 56        |
| 3.4.      | Übungsaufgaben .....  | 65        |
| <b>4.</b> | <b>Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b> .....                              | <b>67</b> |
| 4.1.      | Zufallsvariable .....   | 67        |
| 4.2.      | Verteilungsfunktion, Wahrscheinlichkeitsfunktion und Dichtefunktion ..... | 70        |
| 4.3.      | Erwartungswert und höhere Momente .....                                   | 75        |
| 4.4.      | Momentenerzeugende und charakteristische Funktion .....                   | 83        |
| 4.5.      | Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....                           | 87        |
| 4.5.1.    | Binomialverteilung .....  | 87        |
| 4.5.2.    | Hypergeometrische Verteilung .....  | 91        |
| 4.5.3.    | Poissonverteilung .....   | 92        |
| 4.5.4.    | Normalverteilung .....  | 97        |
| 4.5.4.1.  | Definition .....  | 97        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 4.5.4.2.  | Standardform .....  | 100        |
| 4.5.4.3.  | Momente und Exzeß .....   | 102        |
| 4.5.4.4.  | Handhabung der Tabellen .....   | 103        |
| 4.5.5.    | Gamma- und Betaverteilung, Exponentialverteilung .....  | 110        |
| 4.6.      | Stützung von Verteilungen .....   | 113        |
| 4.6.1.    | Verteilungsfunktion gestützter Verteilungen .....   | 113        |
| 4.6.2.    | Gestützte Normalverteilung .....  | 115        |
| 4.7.      | Übungsaufgaben .....  | 116        |
| <b>5.</b> | <b>Mehrdimensionale Verteilungen .....</b>  | <b>119</b> |
| 5.1.      | Einführung .....  | 119        |
| 5.2.      | Verteilungsfunktion .....   | 124        |
| 5.3.      | Der diskrete Fall .....   | 126        |
| 5.4.      | Der kontinuierliche Fall .....  | 131        |
| 5.5.      | Momente und charakteristische Funktionen von zweidimensionalen Verteilungen. Regression und Korrelation ..... | 136        |
| 5.5.1.    | Momente .....   | 136        |
| 5.5.2.    | Charakteristische Funktion .....  | 143        |
| 5.6.      | Mehrdimensionale Normalverteilung .....   | 147        |
| 5.6.1.    | Randverteilungen .....  | 147        |
| 5.6.2.    | Kovarianz und Korrelationskoeffizient .....   | 148        |
| 5.6.3.    | Bedingte Verteilungen, Erwartungswerte und Varianzen .....  | 150        |
| 5.6.4.    | Standardform der zweidimensionalen Normalverteilung .....   | 152        |
| 5.6.5.    | $n$ -dimensionale Normalverteilung ( $n > 2$ ) .....  | 153        |
| 5.7.      | Dirichletverteilung .....   | 154        |
| 5.8.      | Gestützte zweidimensionale Verteilungen .....   | 154        |
| 5.9.      | Übungsaufgaben .....  | 156        |
| <b>6.</b> | <b>Funktionen und Folgen von zufälligen Variablen .....</b>   | <b>158</b> |
| 6.1.      | Funktionen einer zufälligen Variablen .....   | 158        |
| 6.2.      | Funktionen von mehreren zufälligen Variablen .....  | 164        |
| 6.3.      | Fehlerfortpflanzungsgesetz .....  | 170        |
| 6.4.      | Prüfverteilungen und Verteilung quadratischer Formen .....  | 174        |
| 6.4.1.    | $\chi^2$ -Verteilung .....  | 174        |
| 6.4.2.    | Verteilung quadratischer Formen .....   | 178        |
| 6.4.3.    | $t$ -Verteilung .....   | 182        |
| 6.4.4.    | $F$ -Verteilung .....   | 184        |
| 6.5.      | Grenzverteilungen .....   | 187        |
| 6.6.      | Übungsaufgaben .....  | 191        |
| <b>7.</b> | <b>Statistische Schlußweisen .....</b>  | <b>193</b> |
| 7.1.      | Grundgesamtheit und Stichprobe .....  | 193        |
| 7.2.      | Formen des induktiven Schließens .....  | 198        |
| 7.2.1.    | Bayessches Vorgehen .....   | 199        |
| 7.2.2.    | Empirisches Bayessches Vorgehen .....   | 201        |
| 7.2.3.    | Fiduzialkonzept .....   | 202        |
| 7.2.4.    | Klassisches Vorgehen (Häufigkeitsvorgehen) .....  | 203        |
| 7.3.      | Parameterschätzung .....  | 206        |
| 7.3.1.    | Wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen .....   | 296        |
| 7.3.2.    | Maximum-Likelihood-Methode .....  | 217        |
| 7.3.3.    | Methode der kleinsten Quadrate .....  | 219        |
| 7.3.4.    | Minimum- $\chi^2$ -Methode .....  | 222        |
| 7.4.      | Konfidenzbereiche .....   | 224        |

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| 7.5.       | Statistische Tests .....  | 228        |
| 7.6.       | Beziehungen der Statistik zur Spiel- und Entscheidungstheorie .....   | 238        |
| 7.6.1.     | Spieltheorie .....  | 239        |
| 7.6.2.     | Statistische Entscheidungstheorie .....   | 241        |
| 7.7.       | Übungsaufgaben .....  | 242        |
| <b>8.</b>  | <b>Statistische Methoden für Grundgesamtheiten mit Binomial-, Polynomial- oder Poissonverteilung .....</b>                        | <b>244</b> |
| 8.1.       | Dichotome Grundgesamtheiten .....   | 244        |
| 8.1.1.     | Schätzfunktionen für $p$ und $\sigma_p^2$ .....   | 245        |
| 8.1.2.     | Konfidenzintervall für $p$ .....  | 250        |
| 8.1.3.     | Statistische Tests für Binomialverteilungen .....   | 256        |
| 8.1.3.1.   | Einstichprobenproblem .....   | 256        |
| 8.1.3.2.   | Zweistichprobenproblem und $2 \times 2$ -Tafeln .....   | 260        |
| 8.1.3.3.   | Maßzahlen der Assoziation .....   | 266        |
| 8.1.3.4.   | Mehrstichprobenproblem ( $k > 2$ ) .....  | 267        |
| 8.2.       | Polynomialverteilung. Kontingenztafeln .....  | 268        |
| 8.3.       | Poissonverteilung .....   | 271        |
| 8.3.1.     | Parameterschätzung .....  | 271        |
| 8.3.2.     | Konfidenzintervalle für $\lambda$ .....   | 272        |
| 8.3.3.     | Statistische Tests .....  | 273        |
| 8.4.       | Übungsaufgaben .....  | 274        |
| <b>9.</b>  | <b>Stichproben aus Grundgesamtheiten mit Normalverteilung .....</b>   | <b>276</b> |
| 9.1.       | Schätzung der Parameter der $k$ -dimensionalen Normalverteilung .....   | 276        |
| 9.2.       | Tests und Konfidenzintervalle für den Erwartungswert einer Grundgesamtheit (Einstichprobenproblem) .....                          | 278        |
| 9.2.1.     | Fall I: $\sigma^2$ ist bekannt .....  | 278        |
| 9.2.2.     | Fall II: $\sigma^2$ ist unbekannt .....   | 282        |
| 9.3.       | Tests und Konfidenzintervalle für die Differenz zwischen den Mittelwerten zweier Grundgesamtheiten (Zweistichprobenproblem) ..... | 286        |
| 9.3.1.     | Gepaarte Stichproben .....  | 287        |
| 9.3.2.     | Unabhängige Stichproben .....   | 287        |
| 9.3.2.1.   | Die Varianzen $\sigma_1^2$ und $\sigma_2^2$ sind bekannt .....  | 288        |
| 9.3.2.2.   | Die Varianzen $\sigma_1^2$ und $\sigma_2^2$ sind unbekannt .....  | 289        |
| 9.3.2.3.   | Der Welchtest ( $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ) .....  | 293        |
| 9.4.       | Tests und Konfidenzintervalle für Standardabweichungen bzw. Varianzen .....   | 294        |
| 9.4.1.     | Einstichprobenproblem .....   | 294        |
| 9.4.2.     | Zweistichprobenproblem .....  | 296        |
| 9.4.3.     | $k$ -Stichprobenproblem ( $k > 2$ ) .....   | 298        |
| 9.5.       | Toleranzintervalle .....  | 299        |
| 9.6.       | Übungsaufgaben .....  | 301        |
| <b>10.</b> | <b>Lineare Modelle mit festen Effekten. Allgemeine Theorie .....</b>  | <b>303</b> |
| 10.1.      | Methode der kleinsten Quadrate .....  | 304        |
| 10.2.      | Maximum-Likelihood-Methode .....  | 307        |
| 10.3.      | Hypothesentests .....   | 308        |
| 10.4.      | Konstruktion von Konfidenzbereichen .....   | 312        |
| 10.5.      | Spezielle lineare Modelle .....   | 313        |
|            | <b>Tabellenanhang .....</b>   | <b>319</b> |
|            | <b>Literatur .....</b>  | <b>357</b> |
|            | <b>Namen- und Sachverzeichnis .....</b>   | <b>362</b> |