

Inhaltsverzeichnis

1.	Einführung	1
1.1.	Grundlegende Begriffe	1
1.2.	Bedeutung der mehrdimensionalen Varianzanalyse	2
1.3.	Hinweise für das Studium dieses Buches	3
2.	Elemente der Matrizenrechnung	6
2.1.	Rechteckige Matrizen	6
2.2.	Quadratische Matrizen	7
2.3.	Symmetrische Matrizen	10
	Eigenwertproblem $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ (10). Positiv definite symmetrische Matrizen (11). Eigenwertproblem $A\mathbf{x} = \lambda B\mathbf{x}$ (13).	
2.4.	Idempotente Matrizen	17
2.5.	Matrizen von Matrizen	17
2.6.	Spezielles Beispiel einer Matrixinversion	19
3.	Grundkenntnisse über die mehrdimensionale Normalverteilung und die WISHART-Verteilung	20
3.1.	Ein- und mehrdimensionale Normalverteilung	20
3.2.	χ^2 -Verteilung und F -Verteilung	21
3.3.	WISHART-Verteilung	23
3.4.	Ein Satz über den Rang zufälliger Matrizen	25
4.	Das lineare Hypothesenmodell der multivariaten Varianzanalyse	26
4.1.	Der univariate Fall	26
4.2.	Der multivariate Fall	31
4.2.1.	Das multivariate lineare Modell	31
4.2.2.	Die multivariate lineare Hypothese	32
4.2.3.	Parameterschätzungen	32
4.2.4.	Teststatistiken zum Prüfen der multivariaten Hypothese	33
4.2.5.	Verallgemeinerte Form der multivariaten linearen Hypothese	39
4.3.	Bemerkungen zu den Eigenschaften der Testkriterien Λ , T^2 und V	40
4.3.1.	Das Likelihood-Quotienten-Kriterium Λ von WILKS	44
4.3.2.	Das Spurkriterium T^2 nach LAWLEY und HOTELLING	46
4.3.3.	Das Kriterium der größten charakteristischen Wurzel $V = \lambda_1$	47
4.3.4.	Bemerkungen zu den Güteeigenschaften der Testkriterien	49
4.4.	Über eine hier verwendete approximative Verteilung von T^2	54
4.4.1.	Approximation der Nullverteilung	54
4.4.2.	Approximation der Nichtnullverteilung	58
4.5.	Praktisches Verfahren zur Aufstellung eines multivariaten Tests	59

5.	Multivariates Trennmaß, Diskriminanzfunktionen, spezielle Tests	63
5.1.	Multivariates Trennmaß, redundante Merkmale	63
	Definition des Trennmaßes (63). Abhängigkeit von der Merkmalsmenge (64). Abhängigkeit von der Hypothese (66). Normiertes Trennmaß (66).	
5.2.	Diskriminanzfunktionen, Diskriminanzmerkmale	66
	Definitionen (66). Invarianz des Trennmaßes (67). Redundanz und Diskriminanzfunktionen (68). Diskriminanzmerkmale und Eigenwertproblem (69). Nichtelementare Diskriminanzmerkmale (70).	
5.3.	Schätzungen des multivariaten Trennmaßes und der Diskriminanzfunktionen	71
5.4.	Die Ermittlung entbehrlcher Merkmale	72
	Merkmalselimination nach der Unentbehrllichkeit (73). Merkmalselimination nach dem Signifikanztest (74). Vergleich der Eliminationsmethoden (76).	
5.5.	Die Ermittlung überflüssiger Dimensionen des Diskriminanzraumes	78
5.6.	Multivariates Trennmaß auf der Grundlage der Λ -Statistik.	79
6.	Varianzanalytische Betrachtungen an einer oder zwei normalverteilten Grundgesamtheiten	80
6.1.	Betrachtung einer normalverteilten Grundgesamtheit	80
6.1.1.	Schätzungen für μ und Σ	81
6.1.2.	Hypothese über den Mittelwertsvektor	82
6.1.3.	Konfidenzbereich für den Mittelwertsvektor	85
6.1.4.	Hypothese der übereinstimmenden Komponenten des Mittelwertsvektors	86
6.2.	Betrachtung zweier normalverteilter Grundgesamtheiten	88
6.2.1.	Hypothese der Gleichheit von μ_1 und μ_2	88
6.2.2.	Multivariates Trennmaß, Diskriminanzfunktion, Diskrimination	91
6.2.3.	Aussonderung entbehrlcher Merkmale	96
6.2.4.	Bestimmung des Diskriminanzfehlers	98
	Fall $p = 1$ (98). Methode von DEJEW für beliebiges p (99). Methode von OKAMOTO für beliebiges p (99). Schätzformeln von MCLACHLAN (100). LACHENBRUCHSche Methode (100).	
7.	Mehrdimensionale Varianzanalyse und Diskriminanzanalyse bei einfacher Klassifikation (J Gesamtheiten)	101
7.1.	Einführung	101
7.2.	Hypothese der Gleichheit aller Mittelwertsvektoren	104
	Die Teststatistik (105). Verfeinerter Test (107).	
7.3.	Vergleiche einzelner Mittelwertsvektoren. Simultanvergleiche	108
	Einzelvergleich zweier Klassen (108). Simultanvergleiche von Klassen (109).	
7.4.	Multivariates Trennmaß	112
	Definition des Trennmaßes (112). Invarianz gegenüber regulären Transformationen (114). Trennmaß beliebiger Merkmalsmengen (114). Beziehungen zwischen zwei Merkmalsmengen (116). Normiertes Trennmaß (118).	
7.5.	Diskriminanzmerkmale, Diskriminanzfunktionen	119
	Elementare Diskriminanzmerkmale (119). Nichtelementare Diskriminanzmerkmale (121). Die Dimension des Diskriminanzraumes (127).	
7.6.	Rechnerische Bestimmung der nichtelementaren Diskriminanzfunktionen	128
7.7.	Die Durchführung der Diskrimination	129

7.7.1.	Diskrimination mit sämtlichen Diskriminanzmerkmalen	130
	Anwendung der nichtelementaren Diskriminanzmerkmale (130). Anwendung der elementaren Diskriminanzmerkmale (137). Eindeutigkeit der Diskrimination (138).	
7.7.2.	Diskrimination, nicht mit sämtlichen Diskriminanzmerkmalen	139
7.7.3.	Diskrimination mit gerundeten Diskriminanzfunktionen	141
7.7.4.	Schätzung des Diskriminanzfehlers nach dem zyklischen Austauschverfahren von LACHENBRUCH	142
7.8.	Aussonderung entbehrlicher Merkmale.	146
	Schrittweise Merkmalsreduktion (146). Abbruch des Reduktionsprozesses (147). Schrittweise Erweiterung der Merkmalsmenge (150).	
7.9.	Rechentechnische Probleme bei der Aussonderung von Merkmalen	151
7.10.	Grobflußbild für die rechentechnische Realisierung der Analyse	153
7.11.	Qualitative Aussagen über einzelne Merkmale und über Merkmalsmengen	155
7.11.1.	Aufspaltung des multivariaten Trennmaßes in Komponenten, die den Diskriminanzmerkmalen entsprechen	155
	Das Prinzip der Komponentenzzerlegung (155). Rotation im Diskriminanzraum (157). Abstandsmaß (157). Vektordiagramm zur Darstellung der Einzelmerkmale (158).	
7.11.2.	Benutzung des Affinitätskoeffizienten α	161
7.12.	Planung des Stichprobenumfangs	163
8.	Mehrfach klassifizierte vollständige Versuchspläne	164
8.1.	Zweifache Klassifikation, ein Beobachtungsvektor je Zelle	165
	Univariater Fall (165). Multivariater Fall (166).	
8.2.	Zweifache Klassifikation, m Beobachtungsvektoren je Zelle	168
	Univariater Fall (171). Multivariater Fall (173).	
8.3.	Simultane Konfidenzgrenzen auf der Basis der Verteilung der größten charakteristischen Wurzel	180
8.3.1.	Multiple Vergleiche bei der einfachen Klassifikation — multivariater Fall	182
8.3.2.	Multiple Vergleiche bei der zweifachen Klassifikation ohne Wechselwirkung — multivariater Fall	183
9.	Modelle mit zufälligen Effekten (Modelle II) im multivariaten Fall	186
	Univariater Fall (187). Multivariater Fall (192).	
10.	Skalierung von Merkmalen als Vorbereitungsschritt der multivariaten Analyse (einfache Klassifikation)	196
10.1.	Zurückführung der Skalierung auf ein Eigenwertproblem	196
10.2.	Mehrfache Skalierung eines qualitativen Merkmals	200
10.3.	Der Spezialfall zweier Klassen. Optimalitätseigenschaft der Skalierung.	203
10.4.	Iterationszyklus zur numerischen Lösung des Skalierungsproblems	205
10.5.	Skalierung ranggeordneter diskreter und kontinuierlicher Merkmale	207
10.6.	Die bei der Skalierung entstehenden Verteilungen	209
11.	Zu den Voraussetzungen der mehrdimensionalen Varianzanalyse	211
	Tabelle zur Planung des Stichprobenumfangs für den T^2 -Test	214
	F -Quantiltabellen für $\alpha = 0.05$ und $\alpha = 0.01$, Approximationsformeln	216
	Nomogramme von HECK zur Verteilung des Θ_{\max} -Kriteriums von ROY	221
	Literatur	230
	Sachregister	234