

INHALTSVERZEICHNIS

1. Grundlagen	1
1.1. Räume	1
1.2. Maß- und Integrationstheorie	6
1.3. Wahrscheinlichkeitstheorie	10
1.4. Mathematische Statistik	18
1.5. Statistische Entscheidungstheorie	22
1.A. Anhang: Formeln aus der Matrizentheorie	31
2. Entscheidungstheoretische Formulierung der Problemstellung der optimalen Versuchsplanung	35
2.1. Trennbare Entscheidungsprobleme	35
2.2. Optimale Versuchsplanung im allgemeinen statistischen Entscheidungsmodell	39
2.2.1. Versuchsplanungsproblem	39
2.2.2. Erweiterung des Versuchsplanungsproblems	43
2.3. Optimale Versuchsplanung im Regressionsmodell	49
2.3.1. Problemstellung	49
2.3.2. Schätzung der Wirkungsfläche als statistisches Entscheidungsproblem	50
2.3.3. Ansatzdiskrimination	57
2.4. Sequentielle Entscheidungsprobleme mit Versuchsplanung	59
3. Das Schätzproblem bei wahren linearem Regressionsansatz (ohne a-priori-Kenntnisse)	69
3.1. Problemstellung, weitere Voraussetzungen, Definitionen und Bezeichnungen	69
3.2. Vereinfachung des Schätzproblems	73
3.2.1. Verallgemeinerte Inversen von Matrizen	73
3.2.2. Zurückführung auf ein KLR	76
3.2.3. MKQ-Schätzungen	80
3.3. Optimalitäts- und Robustheitseigenschaften der MKQ-Schätzung	83
3.3.1. Relationen zwischen Verteilungsgesetzen	83
3.3.2. Methodik der Robustheitsuntersuchungen	89
3.3.3. Lineare erwartungstreue Schätzungen	92
3.3.4. Erwartungstreue Schätzungen	96
3.3.5. Beliebige Schätzungen	97
3.3.6. Zulässigkeit der MKQ-Schätzung	102
3.3.7. Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse	107
3.4. Schätzung von σ^2	109

3.5. Einige Alternativen zur MKQ-Schätzung	111
3.5.1. STEINSche Schätzungen	111
3.5.2. PITMAN-Schätzung	112
3.5.3. Alternativen zur MKQ-Schätzung bei Nichtexistenz der zweiten Momente der Fehlerverteilung	115
3.5.4. Alternativen, die durch Modifikation des MKQ-Prinzips entstehen	117
3.5.5. Asymptotisch robuste Alternativen zur MKQ	118
3.6. Weitere Probleme	121
4. Das Schätzproblem bei wahrem linearem Regressionsansatz mit a-priori-Kenntnissen	123
4.1. Der bayessche Zugang zum Versuchsplanungsproblem	124
4.1.1. Vorbetrachtungen	124
4.1.2. Trennung von $G^{(v)}$ und Reduktion auf das Schätzproblem für ϑ	126
4.2. Konjugierte a-priori-Verteilungen	128
4.2.1. Basierung der BAYES-Schätzung auf suffiziente Statistiken	129
4.2.2. Konjugierte a-priori-Verteilungen für θ	131
4.2.3. Konjugierte a-priori-Verteilungen für (θ, ω)	135
4.3. BAYES-Schätzung im KLR bei normalverteilten Beobachtungen und quadrati- schem Verlust	139
4.3.1. Vorbetrachtungen	139
4.3.2. BAYES-Schätzung in $G_1^{(0)}$	141
4.3.3. BAYES-Schätzung in G_1	143
4.3.4. BAYES-Schätzung für σ^2	147
4.4. Bayessche Interpretation einiger Schätzungen bei nichtbayesschen a-priori- Kenntnissen	148
4.4.1. Lineare Restriktionen	149
4.4.2. A-priori-Schätzungen	153
4.4.3. Quadratische Restriktionen	157
4.5. Robustheitseigenschaften der bayesschen Schätzungen $\hat{\vartheta}^{(0)}$ und $\hat{\vartheta}^*$	160
4.5.1. Robustheit gegenüber der Verlustfunktion	160
4.5.2. Robustheit gegenüber a-priori- und Fehlerverteilung	162
4.6. Zum Schätzproblem bei nichtinformativen a-priori-Kenntnissen	166
4.6.1. BAYES-Schätzung bei nichtinformativen a-priori-Kenntnissen	167
4.6.2. Nichtinformativ a-priori-Verteilungen	168
4.7. Weitere Probleme	171
5. Optimale Versuchsplanung für die MKQ-Schätzung	175
5.1. Erweiterung des Versuchsplanungsproblems und Informationsmatrix	175
5.1.1. Aufgabenstellung und Erweiterung des Versuchsplanungsproblems	176
5.1.2. Eigenschaften der Informationsmatrizen	181
5.2. Spezielle Versuchsplanungsprobleme — Optimalitätskriterien	184
5.3. Eigenschaften der Funktionale und der optimalen Versuchspläne	189
5.3.1. Eigenschaften der Funktionale	189
5.3.2. Eigenschaften von Mengen optimaler Versuchspläne	193

5.4. Zulässigkeit von Versuchsplänen	196
5.5. Äquivalenzsätze	202
5.6. Optimale Versuchsplanung für $\psi = A\theta$	211
5.6.1. Aufgabenstellung und einige Eigenschaften von $AM(\xi)^-A'$	211
5.6.2. Optimalitätskriterien und Eigenschaften der Funktionale	215
5.6.3. Äquivalenzsätze	220
5.7. Optimale Versuchsplanung bei variabler Varianz	223
5.8. Berücksichtigung weiterer Funktionale bei der Festlegung der Planmenge	226
5.8.1. Orthogonalität und Drehbarkeit	227
5.8.2. Nebenbedingungen durch Funktionalbeschränkungen	228
5.8.3. Einbeziehung der Versuchskosten durch Änderung des zu minimierenden Funktional	229
5.9. Weitere Probleme	230
6. Zur Konstruktion optimaler Versuchspläne	231
6.1. Eigenschaften optimaler stetiger Pläne als Hilfsmittel zu ihrer Konstruktion	231
6.1.1. Optimalität von stetigen Versuchsplänen im Sinne mehrerer Kriterien	232
6.1.2. Invarianz von Plänen bei Transformation von V	234
6.1.3. Invarianz optimaler Pläne bei Transformationen von V auf sich	236
6.1.4. Einige Eigenschaften D -optimaler Pläne	239
6.1.5. Einige Eigenschaften D_A -optimaler Pläne	241
6.1.6. Einige Eigenschaften C -optimaler Pläne	243
6.2. Iterationsverfahren zur Konstruktion optimaler stetiger Versuchspläne	246
6.2.1. Iterationsverfahren für ψ -optimale stetige Pläne	246
6.2.2. Iterationsverfahren für L -optimale stetige Pläne	250
6.2.3. Iterationsverfahren für D -optimale stetige Pläne	252
6.3. Ungleichungen zur Beurteilung der Güte stetiger Pläne	255
6.4. Zum Übergang von stetigen zu konkreten Plänen	257
6.4.1. Konstruktion konkreter Pläne aus stetigen Plänen	258
6.4.2. Zur Güte konkreter Pläne	259
6.5. Iterationsverfahren zur Konstruktion näherungsweise ψ -optimaler konkreter Pläne	261
6.5.1. Iterationsverfahren zur Konstruktion näherungsweise ψ -optimaler konkreter Pläne	261
6.5.2. Iterationsverfahren zur Konstruktion näherungsweise L -optimaler konkreter Pläne	263
6.5.3. Iterationsverfahren zur Konstruktion näherungsweise D -optimaler konkreter Pläne	264
6.6. Weitere Probleme	266
7. Versuchsplanung für Alternativen zur MKQ-Schätzung	267
7.1. Das Versuchsplanungsproblem für die BAYES-Schätzung	267
7.1.1. Aufgabenstellung und Erweiterung des Planungsproblems	268
7.1.2. Spezielle Optimalitätskriterien	272

7.2. Zulässigkeit und Vollständigkeit	276
7.2.1. Q_2 -Optimalität und schwache M -Vollständigkeit	276
7.2.2. BAYES-Optimalität, Zulässigkeit und schwache M -Vollständigkeit	279
7.3. Eigenschaften der Funktionale und Äquivalenzsätze	281
7.4. Versuchsplanung auf der Basis der Entropieänderung	287
7.5. Bemerkungen zur Versuchsplanung für eine weitere Alternative zur MKQ-Schätzung	290
7.6. Weitere Probleme	292
8. Versuchsplanung bei wahren nichtlinearem Regressionsansatz	295
8.1. Problemstellung	295
8.2. Schätzung bei wahren nichtlinearem Regressionsansatz	296
8.2.1. Schätzung nach der MKQ	296
8.2.2. Eine Alternative zur MKQ-Schätzung	299
8.3. Optimale Versuchsplanung für die MKQ- und die ML-Schätzung	300
8.3.1. Lokale Informationsmatrizen	301
8.3.2. Optimale Versuchspläne	302
8.4. Versuchsplanung für den linearisierten Ansatz	307
8.5. Weitere Probleme	308
9. Versuchsplanung zur Ansatzdiskrimination	309
9.1. Ansatzdiskrimination bei gegebenem Plan	309
9.1.1. Bayessche Entscheidungsfunktionen zur Ansatzdiskrimination	310
9.1.2. Entscheidungsfunktionen zur Ansatzdiskrimination bei weiteren Voraussetzungen über T und L	314
9.1.3. Der F-Test als Entscheidungsfunktion zur Ansatzdiskrimination	317
9.2. Versuchsplanung bei gegebener Entscheidungsfunktion	327
9.2.1. Zur Versuchsplanung bei bayesschen Entscheidungsfunktionen	328
9.2.2. Versuchsplanungskriterien beim F-Test	328
9.2.3. Versuchsplanung für eine spezielle Struktur der Risikofunktion	331
9.3. Sequentielle Ansatzdiskrimination und Versuchsplanung	337
9.3.1. Bayessche sequentielle Ansatzdiskrimination mit Versuchsplanung	337
9.3.2. Asymptotisch bayessche Strategien	339
9.3.3. Suboptimale Versuchsplanung und bayessche Endentscheidungsfunktion	342
9.3.4. Diskrimination zwischen zwei Ansätzen	345
9.4. Weitere Probleme	349
10. Schätzung und Versuchsplanung ohne Voraussetzung eines wahren Ansatzes	351
10.1. Schätzung im linearen Approximationsproblem mit quadratischem Verlust	351
10.1.1. Das Approximationsproblem	353
10.1.2. Projektionserwartungstreue Schätzungen	354
10.1.3. Der Fall $\tilde{S} \subset S$	356
10.1.4. Lineare Minimax-Schätzungen	359

10.1.5. Bayessche Schätzungen	360
10.1.6. Approssion im Raum der quadratisch integrierbaren Funktionen	361
10.2. Versuchsplanung zur Approssion	362
10.2.1. Planung für projektionserwartungstreue Schätzungen	362
10.2.2. Versuchsplanung für die Schätzung der FOURIER-Koeffizienten einer nichtlinearen Wirkungsfläche	365
10.2.3. Zur Versuchsplanung für die bayessche Schätzung	367
10.3. Reduzierbare Approssionsprobleme	368
10.4. Schätzung nach Ansatzwahl und Versuchsplanung	370
10.4.1. Das statistische Entscheidungsproblem	370
10.4.2. Risikoberechnungen für F-Test und MKQ-Schätzung	371
10.4.3. Kompromißkriterien zur Versuchsplanung für die Schätzung	374
10.4.4. Zur Versuchsplanung im sequentiellen Entscheidungsproblem	381
10.5. Weitere Probleme	384
11. Mehrfaktorpläne in mehrstufigen Schätzverfahren bei strukturierter Ansatzmenge	385
11.1. Beschreibung des sequentiellen Verfahrens	385
11.2. Faktorielle Versuchspläne für in allen Variablen lineare Ansätze	387
11.2.1. Grundlagen	388
11.2.2. Vollständige faktorielle Versuchspläne vom Typ 2^k	390
11.2.3. Teilweise faktorielle Versuchspläne vom Typ 2^{k-p}	390
11.2.4. Eigenschaften faktorieller Versuchspläne auf zwei Stufen	396
11.3. Drehbare Versuchspläne der Ordnung t	397
11.3.1. Drehbarkeit von Versuchsplänen	397
11.3.2. Bedingungen an die Momente eines drehbaren Versuchsplanes der Ordnung t	398
11.3.3. Zur Konstruktion drehbarer Versuchspläne 2. Ordnung	402
11.3.4. Nichtdrehbare zentral zusammengesetzte Versuchspläne 2. Ordnung	403
11.3.5. D - und G -Optimalität stetiger drehbarer Versuchspläne t -ter Ordnung	403
11.4. Zur Konstruktion der Stoppregel	404
11.5. Weitere Probleme	406
12. Stochastische Regressoren mit einstellbaren Erwartungswerten	407
12.1. Formulierung des Entscheidungsproblems	407
12.2. Schätzung und Versuchsplanung im Fall VRK	411
12.2.1. MKQ-Schätzung unter Benutzung von V_n^x	411
12.2.2. Das Versuchsplanungsproblem im Fall VRK	412
12.3. Schätzung und Versuchsplanung im Fall ORK	414
12.3.1. MKQ-Schätzung im Fall ORK	414
12.3.2. Modifizierte lineare Minimaxschätzung	415
12.3.3. Das Versuchsplanungsproblem im Fall ORK	417
12.4. Weitere Probleme	419

13. Versuchsplanung bei korrelierten Beobachtungen	421
13.1. Problemstellung	421
13.2. Versuchsplanung bei spezieller Struktur der Kovarianzmatrix $\mathbf{B}_{\mathcal{Y}(V_n)}$	422
13.3. Asymptotisch optimale Folgen von Versuchsplänen'	424
13.3.1. Asymptotisch optimale Folgen von Versuchsplänen zur Schätzung ein- dimensionaler Regressionsparameter	426
13.3.2. Asymptotisch optimale Folgen von Versuchsplänen zur Schätzung eines Parametervektors im Regressionsmodell	431
13.4. Weitere Probleme	436
Literaturverzeichnis	439
Übersetzung wichtiger Fachbegriffe in die englische und in die russische Sprache	457
Symbolverzeichnis	466
Sachwortverzeichnis	472