

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|--------|---|-----|
| 1. | Grundlagen | 1 |
| 1.1. | Wahrscheinlichkeitstheorie | 1 |
| 1.2. | Mathematische Statistik | 15 |
| 1.3. | Statistische Entscheidungstheorie | 21 |
| 2. | Die Problemstellung der Regressionstheorie | 24 |
| 2.1. | Einflußgrößen und Wirkungsgrößen | 24 |
| 2.1.1. | Einführung | 24 |
| 2.1.2. | Charakter der Einflußgrößen | 25 |
| 2.1.3. | Mathematische Erfassung des Zusammenhangs | 27 |
| 2.1.4. | Aufgabenstellung der Regression | 31 |
| 2.2. | Ansatzproblem | 36 |
| 2.2.1. | Wahrer und linearer Ansatz | 37 |
| 2.2.2. | Verwendung spezieller Vorkenntnisse über die Wirkungsfläche beim Aufbau eines Ansatzes | 38 |
| 2.2.3. | Erfassung von Wahrscheinlichkeitsaussagen über der Menge der für möglich gehaltenen Wirkungsflächen | 40 |
| 2.2.4. | Approximationsansätze | 43 |
| 2.2.5. | Näherungsansätze und wahre Ansätze | 51 |
| 2.3. | Schätzproblem | 51 |
| 2.3.1. | Näherungsweise Bestimmung der Wirkungsfläche als Anpassungsproblem | 51 |
| 2.3.2. | Regressionsmodell | 52 |
| 2.3.3. | Vorkenntnisse und Annahmen über die Verteilung des Fehlervektors | 53 |
| 2.3.4. | Näherungsweise Bestimmung der Wirkungsfläche als stochastisches Schätzproblem | 56 |
| 2.3.5. | Zur Güte der Schätzungen | 59 |
| 2.3.6. | Zur Überprüfung des Regressionsmodells anhand des Datensatzes | 62 |
| 2.4. | Statistische Methoden bei der Wahl des Ansatzes | 63 |
| 2.4.1. | Screening und Ansatzdiskrimination | 64 |
| 2.4.2. | Ansatzwahl zur unmittelbar folgenden Schätzung | 66 |
| 2.4.3. | Ansatzmodifizierung | 66 |
| 2.5. | Versuchsplanungsproblem | 67 |
| 2.5.1. | Versuchspläne | 68 |
| 2.5.2. | Einige Planungsprinzipie | 71 |
| 2.5.3. | Versuchsplanung ohne Voraussetzung eines wahren Ansatzes | 74 |
| 2.6. | Entscheidungstheoretische Fassung des Gesamtproblems | 77 |
| 2.7. | Sequentielle Verfahren | 80 |
| 2.7.1. | Charakteristik des sequentiellen Vorgehens | 80 |
| 2.7.2. | Bedeutung der Kostenfunktion | 81 |
| 3. | Schätzungen im Regressionsmodell | 83 |
| 3.1. | Methode der kleinsten Quadrate bei wahren linearem Ansatz | 85 |
| 3.1.1. | MKQ-Schätzung im regulären Fall | 86 |
| 3.1.2. | Einige Optimalitätseigenschaften der MKQ-Schätzung | 89 |
| 3.1.3. | Zur numerischen Berechnung der MKQ-Schätzung im regulären Fall | 93 |
| 3.1.4. | MKQ-Schätzung im singulären Fall | 101 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 3.1.5. | Zur numerischen Berechnung der MKQ-Schätzung im singulären Fall . . . | 104 |
| 3.1.6. | Rekursive MKQ-Schätzung | 107 |
| 3.2. | Verallgemeinerte MKQ-Schätzung bei korrelierten Beobachtungen . . . | 109 |
| 3.2.1. | Die verallgemeinerte MKQ-Schätzung | 110 |
| 3.2.2. | Einige Optimalitätseigenschaften der verallgemeinerten MKQ-Schätzung | 112 |
| 3.2.3. | Verallgemeinerte MKQ-Schätzung mit geschätztem $B_{\vartheta}(V_n)$ und Schätzungen für $B_{\vartheta}(V_n)$ | 114 |
| 3.2.4. | Zur numerischen Berechnung der verallgemeinerten MKQ-Schätzung . . . | 121 |
| 3.3. | Schätzverfahren, die Zusatzinformationen über ϑ ausnutzen | 123 |
| 3.3.1. | BAYESsche Schätzverfahren | 123 |
| 3.3.2. | Schätzungen für ϑ unter Berücksichtigung von Vorschätzungen. | 129 |
| 3.3.3. | Lineare Restriktionen an ϑ | 132 |
| 3.3.4. | Ungleichungen als Restriktionen an ϑ | 135 |
| 3.4. | Weitere Schätzmethoden für ϑ | 141 |
| 3.4.1. | JAMES-STEIN-Schätzungen und Ridge-Schätzungen | 141 |
| 3.4.2. | Schätzung von ϑ bei einer Fehlerverteilung mit dem charakteristischen Exponenten β | 144 |
| 3.4.3. | Schätzung auf der Grundlage anderer Approximationskriterien | 146 |
| 3.5. | Schätzung bei wahren nichtlinearem Ansatz | 153 |
| 3.5.1. | MKQ-Schätzung | 154 |
| 3.5.2. | Numerische Verfahren zur Berechnung der MKQ-Schätzung | 155 |
| 3.5.3. | MKQ unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen | 160 |
| 3.5.4. | Alternativen zur MKQ-Schätzung | 163 |
| 3.6. | Schätzung bei adäquatem Ansatz | 167 |
| 3.6.1. | Verwendung der MKQ | 167 |
| 3.6.2. | Projektions-MKQ, Minimum-Bias-Schätzung | 168 |
| 3.7. | Weitere Probleme | 173 |
| 4. | Optimale Versuchsplanung zur Schätzung im Regressionsmodell | 175 |
| 4.1. | Optimalitätskriterien, Affininvarianz, Randomisierung | 177 |
| 4.1.1. | Optimalitätskriterien | 179 |
| 4.1.2. | Versuchsaufwand als Optimalitätskriterium | 190 |
| 4.1.3. | Affininvarianz und Transformation auf Standardbereiche | 195 |
| 4.1.4. | Randomisierung der Versuchsreihenfolge | 202 |
| 4.2. | Bestimmung exakt optimaler konkreter Pläne | 204 |
| 4.2.1. | D- und G-optimale Pläne zur MKQ für Ansätze mit einer Einflußgröße | 204 |
| 4.2.2. | Optimale Pläne zur MKQ in $(k, 1)$ -Ansätzen | 206 |
| 4.2.3. | Optimale Pläne zur MKQ bei k -dimensionalen Ansätzen 2. Ordnung | 213 |
| 4.2.4. | Zur Mixturplanung | 214 |
| 4.2.5. | Exakt optimale konkrete Pläne für die BAYES-Schätzung | 217 |
| 4.2.6. | Verfahren zur Überprüfung der Optimalität konkreter Pläne | 224 |
| 4.2.7. | Versuchsplanung zur Schätzung in adäquaten Ansätzen | 227 |
| 4.3. | Konstruktion näherungsweise optimaler konkreter Pläne | 231 |
| 4.3.1. | Effektivität und δ -Optimalität konkreter Pläne | 232 |
| 4.3.2. | Iterationsverfahren zur Konstruktion näherungsweise optimaler konkreter Pläne | 237 |
| 4.3.3. | Einige spezielle Verfahren zur Konstruktion näherungsweise optimaler Pläne für die MKQ-Schätzung | 244 |
| 4.4. | Diskrete Pläne | 247 |
| 4.4.1. | Einführung diskreter Pläne und deren Optimalität | 247 |
| 4.4.2. | Exakt optimale diskrete Pläne für die MKQ-Schätzung | 252 |
| 4.4.3. | Exakt optimale diskrete Pläne für die BAYES-Schätzung | 258 |
| 4.4.4. | Verfahren zur Überprüfung der Optimalität diskreter Pläne | 264 |
| 4.4.5. | Rundung diskreter Pläne | 266 |
| 4.5. | Konstruktion näherungsweise optimaler diskreter Pläne | 270 |
| 4.5.1. | Effektivität und δ -Optimalität diskreter Pläne | 271 |
| 4.5.2. | Iterationsverfahren zur Konstruktion näherungsweise optimaler diskreter Pläne | 275 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 4.6. | Näherungsweise optimale Pläne bezüglich mehrerer Kriterien | 282 |
| 4.7. | Optimale Versuchsplanung in nichtlinearen Ansätzen | 288 |
| 4.7.1. | Lokal—optimale Pläne | 289 |
| 4.7.2. | Global—optimale Pläne | 291 |
| 4.7.3. | Sequentielle Versuchsplanung für die nichtlineare MKQ-Schätzung | 294 |
| 4.8. | Einige optimale und näherungsweise optimale Versuchspläne für die MKQ-Schätzung | 297 |
| 4.9. | Weitere Probleme | 306 |
| 5. | Faktorielle Versuchsplanung für Polynomansätze | 308 |
| 5.1. | Allgemeines Vorgehen und Bezeichnungen | 309 |
| 5.1.1. | Generalverfahren zur Ansatzwahl, Schätzung und Planung | 309 |
| 5.1.2. | Polynomansätze | 311 |
| 5.2. | Faktorielle Versuchspläne für $(k, 1, k)$ -Ansätze | 314 |
| 5.2.1. | Faktorielle Versuchspläne erster Ordnung | 315 |
| 5.2.2. | Vollständige faktorielle Versuchspläne vom Typ 2^k | 317 |
| 5.2.3. | Teilweise faktorielle Versuchspläne vom Typ 2^{k-p} | 322 |
| 5.2.4. | Blockbildung bei VFV 2^k und TFV 2^{k-p} | 347 |
| 5.2.5. | Weitere TFV $(2, k, n)$ | 356 |
| 5.2.6. | Versuchspläne für $(k, 1, k)$ -Ansätze und eine Hyperkugel als Versuchsbereich | 362 |
| 5.3. | Faktorielle Versuchspläne für $(k, 2, k^{(2)})$ -Ansätze und andere Pläne 2. Ordnung | 362 |
| 5.3.1. | Faktorielle Versuchspläne 2. Ordnung | 363 |
| 5.3.2. | Vollständige faktorielle Versuchspläne vom Typ 3^k | 364 |
| 5.3.3. | Teilweise faktorielle Versuchspläne vom Typ 3^{k-p} | 368 |
| 5.3.4. | TFV $(3, k, n)$ für den Hypereinheitswürfel | 371 |
| 5.3.5. | Modifizierte TFV $(3, k, n)$ für die Hyperkugel | 380 |
| 5.3.6. | Weitere drehbare Versuchspläne für $(k, 2, k^{(2)})$ -Ansätze | 392 |
| 5.3.7. | Zur Optimalität von Versuchsplänen 2. Ordnung | 404 |
| 5.4. | Faktorielle Versuchspläne für $(k, 3, k^{(3)})$ -Ansätze und andere Pläne 3. Ordnung | 405 |
| 5.4.1. | Faktorielle Versuchspläne 3. Ordnung für den Hypereinheitswürfel | 406 |
| 5.4.2. | Pläne 3. Ordnung für die Hyperkugel | 411 |
| 5.5. | Entscheidungskriterien über Polynomansätze | 413 |
| 5.5.1. | Reduktionsphase | 414 |
| 5.5.2. | Aufbauphase | 415 |
| 5.6. | Einige Versuchspläne 1., 2. und 3. Ordnung | 420 |
| 5.6.1. | Pläne 1. Ordnung | 421 |
| 5.6.2. | Pläne 2. Ordnung | 427 |
| 5.6.3. | Pläne 3. Ordnung | 437 |
| 5.7. | Weitere Probleme | 438 |
| 6. | Ansatzwahl | 440 |
| 6.1. | Aussieben von Einflußgrößen | 441 |
| 6.1.1. | Restquadratsumme als Kriterium | 442 |
| 6.1.2. | F-Test als Kriterium | 451 |
| 6.1.3. | Ausnutzen von Vorkenntnissen über die Einflußgrößen | 454 |
| 6.1.4. | Versuchsplanung zu den Screeningverfahren | 459 |
| 6.2. | Ansatzdiskrimination | 469 |
| 6.2.1. | Nichtsequentielle Auswahl bei gegebenem Plan | 470 |
| 6.2.2. | Versuchsplanung zur nichtsequentuellen Auswahl | 485 |
| 6.2.3. | Sequentielle Verfahren zur Ansatzdiskrimination | 493 |
| 6.2.4. | Sequentielle Versuchsplanung | 505 |
| 6.2.5. | Hinweis zur numerischen Behandlung | 517 |
| 6.3. | Ansatzwahl zur Schätzung | 517 |
| 6.3.1. | Ansatzwahl zur Schätzung bei gegebenem Plan | 518 |
| 6.3.2. | Versuchsplanung bei der Ansatzwahl zur Schätzung | 529 |
| 6.3.3. | Ein Kompromißverfahren zur Ansatzdiskrimination und Schätzung | 531 |

| | | |
|-----------------------|---|-----|
| 6.4. | Zur Prüfung der g_0 -Adäquatheit eines Ansatzes | 537 |
| 6.4.1. | Benutzung von Ableitungsschranken | 537 |
| 6.4.2. | Prüfung der Adäquatheit mit einem Test | 539 |
| 6.5. | Erkennen von Ausreißern | 541 |
| 6.6. | Weitere Probleme | 547 |
| Anhang | | 549 |
| A. 1 | Lineare Algebra | 549 |
| A. 2 | Analysis | 556 |
| Literaturverzeichnis | | 559 |
| Verfahrensverzeichnis | | 575 |
| Symbolverzeichnis | | 579 |
| Sachwortverzeichnis | | 584 |