

# INHALTSVERZEICHNIS.

Einleitung . . . . .	1
----------------------	---

## Erster Abschnitt.

### Theorie der festen Merkmale.

#### § 1. Bezeichnung der Merkmale und ihrer Verbindungen.

1. Alternative Variabilität . . . . .	5
2. Klassen verschiedener Ordnung und die Beziehungen ihrer Umfänge . . . . .	6
3. Zurückführung auf positive Klassen . . . . .	7
4. Abzählung der Klassen . . . . .	8
5. Gliederung der Geburten nach den Merkmalen lebend, ehelich, männlich . . . . .	10
6. Bedingungen für die Verträglichkeit eines Systems von Klassenumfängen . . . . .	10

#### § 2. Abhängigkeit von Merkmalen.

7. Unabhängigkeit und Abhängigkeit von Merkmalen . . . . .	11
8. Kennzeichen positiver und negativer Abhängigkeit . . . . .	13
9. bis 12. Beispiele: 1) Geschlecht bei Lebend- und Totgeburten. 2) Lebendgeburten bei Ehelichen und Unehelichen. 3) Taubstummheit und geistige Gebrechlichkeit. 4) Augenfarbe von Vater und Sohn . . . . .	15
13. Absolutes Maß der Abhängigkeit zweier Merkmale . . . . .	17
14. Der Abhängigkeitskoeffizient . . . . .	18
15. Beispiele: 1) Augenfarbe der Ehegatten. 2) Ehelichkeit und Geschlecht bei Totgeburten. 3) Hochwuchs der Pflanzen bei Kreuzung und Selbstbefruchtung. 4) Statur der Ehegatten. 5) Arten von Gebrechen . . . . .	19

#### § 3. Mittelbare Abhängigkeit.

16. Unterscheidung zwischen unmittelbarer (totaler) und mittelbarer (partieller) Abhängigkeit . . . . .	24
17. Arithmetische Merkmale mittelbarer Abhängigkeit . . . . .	25
18. Beispiele: 1) Gebrechen bei Schulkindern. 2) Augenfarbe von Großeltern, Eltern und Kindern. 3) Blindheit, Geistesgestörtheit und Taubstummheit . . . . .	26

#### § 4. Mehrfache Klassifikation.

19. Mehrfache Klassifikation, insbesondere Tafeln mit doppeltem Eingang . . . . .	30
20. Untersuchung auf Abhängigkeiten. Isotropie . . . . .	32
21. Der Zufälligkeitskoeffizient . . . . .	33
22. Beispiele: 1) Haar- und Augenfarbe männlicher Personen. 2) Athletische Eigenschaften bei Brüdern und Temperamente bei Schwestern . . . . .	36

## Zweiter Abschnitt.

**Theorie der veränderlichen Merkmale.****§ 1. Die Verteilungen in Kollektiven.**

	Seite
23. Stetige und unstetige Kollektive . . . . .	41
24. Klasseneinteilung und Aufstellung einer Verteilungstafel . . . . .	41
25. Beispiele: 1) Höhen neunjähriger Kiefern. 2) Gewichte von männlichen und weiblichen Neugeborenen. 3) Schädelindizes von Rekruten . . . . .	44
26. Ungleichmäßige Klasseneinteilung. Einkommenverteilung, Sterblichkeit im ersten Lebensjahr, Diphtheriesterblichkeit . . . . .	49
27. Geometrische Darstellung von Verteilungen: Häufigkeitspolygon und Staffeldbild . . . . .	52
28. Summentafel und Summenpolygon . . . . .	53
29. Häufigkeitskurven . . . . .	55
30. Die normale Häufigkeitskurve . . . . .	56
31. Asymmetrische Verteilungen . . . . .	59
32. Einseitige Verteilungen . . . . .	63
33. Fälle besonderer Verteilungen . . . . .	65

**§ 2. Mittelwerte.**

34. Einführung der Begriffe Mittelwert und Streuungsmaß . . . . .	67
35. Allgemeine Forderungen, die an einen Mittelwert zu stellen sind . . . . .	68
36. Das arithmetische Mittel . . . . .	69
37. Seine Berechnung aus den Abweichungen von einem Ausgangswert . . . . .	70
38. Das Summenverfahren zur Bestimmung des arithmetischen Mittels. Beispiele: 1) Mittlere Höhe von Jungkiefern. 2) Mittleres Gewicht erwachsener männlicher Personen. 3) Mittlere Anzahl der Schwanzflossenstrahlen bei <i>Pleuronectes</i> und mittlere Samenzahl bei <i>Indigofera</i> . . . . .	73
39. Eigenschaften des arithmetischen Mittels . . . . .	77
40. Bevölkerungsschwerpunkt . . . . .	79
41. Der Zentralwert. Beispiele . . . . .	82
42. Eigenschaften des Zentralwertes und seine Beziehung zum arithmetischen Mittel . . . . .	84
43. Der dichteste Wert. Allgemeine Betrachtungen . . . . .	85
44. Näherungsverfahren zur Bestimmung des dichtesten Wertes. Beispiele . . . . .	87
45. Näherungsverfahren für einen besonderen Fall. Beispiel . . . . .	91
46. Größenbeziehungen zwischen $M$ , $C$ und $D$ . Belege dazu . . . . .	94
47. Das geometrische Mittel. Seine Anwendung auf die Berechnung der mittleren Bevölkerungszahl . . . . .	96
48. Logarithmische Behandlung von Kollektiven . . . . .	102
49. Das harmonische Mittel. Beispiel . . . . .	106
50. Das quadratische Mittel . . . . .	107

**§ 3. Verhältniszahlen.**

51. Begriff und Arten der Verhältniszahlen . . . . .	108
52. Gliederungszahlen . . . . .	108
53. Beziehungszahlen . . . . .	109
54. Maßzahlen . . . . .	111

	Seite
55. Schärfere Methoden für die Berechnung von totalen Beziehungszahlen . . . . .	114
56. Sterblichkeit des ersten Lebensjahres mit Unterscheidung der Legitimität . . . . .	120
57. Vergleichung von Abgangswahrscheinlichkeiten . . . . .	123

#### § 4. Streuungsmaße.

58. Allgemeine Erörterung des Begriffs Streuung . . . . .	126
59. Die mittlere quadratische Abweichung . . . . .	127
60. Beispiele ihrer Berechnung bei Klasseneinteilung . . . . .	130
61. Ausdehnung des Summenverfahrens auf die Bestimmung der mittleren quadratischen Abweichung . . . . .	132
62. Beispiele: 1) Sommerarbeitslöhne landwirtschaftlicher Arbeiter. 2) Körperhöhen von Rekruten. 3) Mittlerer Barometerstand . . . . .	136
63. Die Sheppardsche Korrektur . . . . .	139
64. Die durchschnittliche Abweichung . . . . .	140
65. Quartile und Perzentile . . . . .	143
66. Vergleichende Betrachtungen über die Streuungsmaße und ihre Verhältnisse . . . . .	145
67. Der Variabilitätskoeffizient. Anwendungen desselben . . . . .	148
68. Maß der Schiefe einer asymmetrischen Verteilung . . . . .	149
69. Zwei vollständige Bearbeitungen von Kollektiven. 1) Tägliche Barometerstände. 2) Alter der eheschließenden Frauen beim Heiratsalter des Mannes von 25 bis 26 Jahren . . . . .	150

#### § 5. Korrelation zwischen zwei Variablen.

##### Theorie.

70. Begriff der Korrelation. Äußere Form einer Korrelationstabelle . . . . .	157
71. Ausfüllung einer Korrelationstabelle . . . . .	160
72. Beispiele von Korrelationstabellen: 1) Zahlen der Blütenstengel und Blumenblätter, Zahl der Blumenblätter und Länge des längsten bei <i>Trientalis europæa</i> . 2) Fruchtbarkeit von Vater und Sohn. 3) Stammdicke und Länge des längsten Blumenblattes, Breite und Länge des längsten Blumenblattes bei <i>Trientalis europæa</i> . 4) Länge und Breite der Blätter bei <i>Hedera helix</i> . . . . .	160
73. Geometrische Darstellungen einer zweifach ausgedehnten Verteilung . . . . .	165
74. Die Mittelwerte und mittleren Abweichungen in einer Korrelationstabelle. Anwendung auf die Tabellen über die Fruchtbarkeit der beiden Geschlechter . . . . .	166
75. Theorie der zweifach ausgedehnten Korrelation . . . . .	169
76. Regressionsgleichungen, Regressionsgerade . . . . .	174

#### § 6. Korrelation zwischen zwei Variablen.

##### Praktische Durchführung.

77. Abschätzung von Korrelationen . . . . .	176
78. Berechnung der Produktsumme . . . . .	177
79. Beispiele: 1) Korrelation zwischen Stammdicke und Länge des längsten Blumenblattes bei <i>Trientalis europæa</i> . 2) Korrelation zwischen Breite und Länge des längsten Blumenblattes bei <i>Trientalis europæa</i> . 3) Korrelation zwischen der Fruchtbarkeit des Vaters und des Sohnes. 4) Desgleichen zwischen Mutter und Tochter. 5) Desgleichen zwischen Länge und Breite der Efeublätter . . . . .	178

	Seite
80. Beispiele nichtlinearer Korrelationen: 1) Gewicht des Kindes und der Plazenta. 2) Geschlechtsverhältnisse und Geburtenmengen . . . . .	185
81. Das Korrelationsverhältnis . . . . .	190
82. Korrelationsverhältnis zur Korrelation Art. 80, 2) . . . . .	193

### § 7. Gebrauch des Korrelationskoeffizienten.

83. Mittlere quadratische Abweichung einer algebraischen Summe von Variablen . . . . .	194
84. Mittlere quadratische Abweichung des arithmetischen Mittels . . . . .	196
85. Beurteilung der Differenz von arithmetischen Mitteln . . . . .	197
86. Mittelwert und mittlere quadratische Abweichung einer beliebigen Funktion beobachteter Größen. Produkt und Quotient zweier beobachteter Größen. Beispiele . . . . .	198
87. Das gewogene und das ungewogene arithmetische Mittel. Beispiele . . . . .	201

### § 8. Korrelation zwischen mehr als zwei Variablen.

88. Allgemeine Erörterung . . . . .	203
89. Regressionsgleichungen . . . . .	204
90. Regressionskoeffizienten . . . . .	205
91. Ableitung der Normalgleichungen . . . . .	206
92. Begriffserweiterung des Korrelationskoeffizienten und der mittleren quadratischen Abweichung . . . . .	207
93. Indirekte Lösung der Normalgleichungen . . . . .	208
94. Ableitung von Rekursionsformeln für die Korrelations- und Regressionskoeffizienten und die mittleren Abweichungen . . . . .	210
95. Zusammenstellung des Rechnungsganges. Formeln für drei Variable . . . . .	212
96. Allgemeine Bemerkungen über die Anwendung der Korrelationstheorie . . . . .	214
97. Erstes Beispiel: Ernteertrag, Regenmenge und Temperatur . . . . .	216
98. Zweites Beispiel: Untersuchung der Armutsverhältnisse (vier Variable). Weitere Beispiele . . . . .	218

### § 9. Zerlegung von Zeitreihen.

99. Bestimmung des Trends. Beispiel . . . . .	224
100. Trendlinien in der bevölkerungsstatistischen Forschung . . . . .	231
101. Bestimmung der Saisonschwankungen. Beispiel . . . . .	238

### § 10. Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf geldliche Ausgleichsprobleme in der Verwaltung.

102. Finanzausgleich . . . . .	243
--------------------------------	-----

## Dritter Abschnitt.

### Bezugnahme auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung.

103. Vorbemerkung . . . . .	249
-----------------------------	-----

#### § 1. Die mittlere quadratische Abweichung.

104. Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	249
105. Gesetz der großen Zahlen . . . . .	250

	Seite
106. Die mittlere quadratische Abweichung der logisch begründeten Wahrscheinlichkeit	254
107. Die mittlere quadratische Abweichung des empirisch bestimmten Mittelwerts einer unbekanntem Wahrscheinlichkeit . . . . .	255
108. Voraussetzungen für die sinnvolle Anwendung der Formeln für die mittlere quadratische Abweichung . . . . .	257
109. Beispiele: Das Geschlechtsverhältnis der Geborenen und der im ersten Lebensjahr Gestorbenen . . . . .	258
110. Prüfung statistischer Zahlen auf ihre Zufallsnatur . . . . .	261

### § 2. Die binomiale Verteilung.

111. Das Verteilungsgesetz $N(p+q)^n$ und seine maximalen Glieder . . . . .	266
112. Beispiele binomialer Verteilungen . . . . .	269
113. Die Stirlingsche Formel. Näherungsausdruck für das Maximalglied . . . . .	270
114. Binomiales Häufigkeitspolygon . . . . .	273
115. Binomialapparat von Galton-Pearson . . . . .	274
116. Mittlere Wiederholungszahl eines Ereignisses und ihre mittlere quadratische Abweichung. Beispiel . . . . .	275

### § 3. Die normale Häufigkeitskurve.

117. Die normale Häufigkeitskurve als Grenze der binomialen Verteilung . . . . .	278
118. Berechnung der Normalkurve. Exzeß . . . . .	282
119. Mechanische Herstellung der Normalkurve . . . . .	286
120. Vergleichende Beispiele zwischen Binomialentwicklung und Fehlerfunktion . . . . .	286
121. Hypothetische Erklärungen der normalen Verteilung . . . . .	288
122. Beziehungen zwischen der Theorie der Kollektive und der Fehlertheorie . . . . .	290
123. Anpassung einer Normalkurve an eine gegebene Verteilung . . . . .	293
124. Quadratur der Normalkurve. Schwankungsbereich . . . . .	296
125. Beispiel . . . . .	298
126. Beziehungen zwischen den Streuungsmaßen bei normaler Verteilung . . . . .	299
127. Gesetz der kleinen Zahlen . . . . .	300
128. Seine empirische Prüfung an zwei Beispielen . . . . .	307
129. Berechnung des Mittelwerts und der Streuung einer unbekanntem Wahrscheinlichkeit . . . . .	309
130. Genauigkeit der Bestimmung der Perzentilen . . . . .	311

### § 4. Normale Korrelation.

131. Häufigkeitsfläche bei unkorrelierten Variablen . . . . .	314
132. Normale Korrelationsfläche . . . . .	317
133. Beispiele: 1) Länge und Breite der Efeublätter. 2) Körpergröße von Vater und Sohn	321
 Sachregister . . . . .	 325
 Namenregister . . . . .	 329