

Inhalt

1	Statistische Entscheidungen und Verteilungsklassen	1
1.1	Statistische Entscheidungen	1
1.1.1	Problemstellung	1
1.1.2	Verteilungsannahme	4
1.1.3	Entscheidungsraum; Verlust- und Risikofunktion	11
1.2	Schätz- und Testprobleme	17
1.2.1	Quantilfunktion	18
1.2.2	Punktschätzer	23
1.2.3	Tests; Gütefunktionen	35
1.2.4	Tests bei Normalverteilungen mit geschätzten Nebenparametern	45
1.2.5	Entscheidungskerne und deren Vergleichbarkeit	50
1.3	Optimierungstheoretische Formulierung statistischer Entscheidungsprobleme	55
1.3.1	Unverzerrtheit bei Schätz- und Testproblemen	56
1.3.2	Lagrange-Funktion und duale Optimierungsprobleme	62
1.3.3	Ein einfacher Dualitätssatz	71
1.4	Spieltheoretische Formulierung statistischer Entscheidungsprobleme	75
1.4.1	Zweipersonen-Nullsummenspiele	76
1.4.2	Entscheidungsregeln; Minimax- und Bayes-Optimalität	82
1.5	Lineare Modelle und Normalverteilungsfamilien	89
1.5.1	Lineare Modelle, qualitative und quantitative Faktoren	91
1.5.2	Mehrdimensionale Normalverteilungen	95
1.5.3	Lineare Modelle mit Normalverteilungsannahme	102
1.6	Dominierte Klassen; Bedingte Verteilungen	104
1.6.1	Lebesgue-Zerlegung, Dichtequotient, Dichte	104
1.6.2	Bedingungskerne	114
1.6.3	Faktorisierung	119
1.6.4	Bedingungskerne bei Dominiertheit; bedingte Dichten	127
1.6.5	Dominierte Klassen und ihre Dichten	130
1.6.6	Abstandsmaße für Dichten; Dominiertheit und Separabilität	135
1.7	Exponentialfamilien	143
1.7.1	Definition und Beispiele	143
1.7.2	Analytische Eigenschaften	150
1.7.3	Informationsmatrix und Mittelwertparametrisierung	153
1.7.4	Bedingte Verteilungen	159
1.8	\mathbb{I}_r -differenzierbare Verteilungsklassen	162
1.8.1	\mathbb{I}_1 -Differenzierbarkeit und Differentiation von Gütefunktionen	163
1.8.2	\mathbb{I}_1 -Differenzierbarkeit einparametrischer Verteilungsklassen	168

1.8.3	\mathbb{I}_r -Differenzierbarkeit k -parametrischer Verteilungsklassen	173
1.8.4	Bedingungen für \mathbb{I}_r -Differenzierbarkeit; Informationsmatrix	179
2	Test- und Schätzprobleme als Optimierungsaufgaben	188
2.1	Einführung in die Neyman-Pearson-Theorie	188
2.1.1	Signifikanztests	188
2.1.2	Testen einfacher Hypothesen: Neyman-Pearson-Lemma	192
2.1.3	Ein- und Zweistichprobentests bei Normalverteilungen	200
2.1.4	Einige Existenzaussagen über optimale Tests	204
2.2	Optimale einseitige Tests bei einparametrischen Verteilungsklassen	209
2.2.1	Einseitige Tests bei isotonem Dichtequotienten	210
2.2.2	Stochastisch geordnete Verteilungsklassen	213
2.2.3	Einige spezielle Verteilungsklassen	217
2.2.4	Lokal beste einseitige Tests	221
2.3	Übergang von einfachen Hypothesen zu robusten Tests	227
2.3.1	Bayes- und Minimax-Tests für einfache Hypothesen	227
2.3.2	Ungünstigste Paare zum Testen zusammengesetzter Hypothesen	234
2.3.3	Robustifizierte Tests für einfache Hypothesen	241
2.3.4	Robustifizierte Tests bei isotonem Dichtequotienten	251
2.4	Optimale zweiseitige Tests bei einparametrischen Verteilungsklassen	254
2.4.1	Verallgemeinertes Fundamentallema	254
2.4.2	Zweiseitige Tests in einparametrischen Exponentialfamilien	256
2.4.3	Lokal beste zweiseitige Tests	264
2.5	Optimale Tests und ungünstigste a priori Verteilungen	267
2.5.1	Optimale Signifikanztests	267
2.5.2	Reduktion zusammengesetzter Hypothesen auf einfache Hypothesen	274
2.5.3	Bayes- und Minimax-Tests für zusammengesetzte Hypothesen	281
2.6	Optimale Bereichsschätzfunktionen	289
2.7	Optimale Punktschätzfunktionen	299
2.7.1	Erwartungstreue Schätzer mit endlichen Varianzen	299
2.7.2	Verallgemeinerungen der Cramér-Rao-Ungleichung	310
2.7.3	Bayes- und Minimax-Schätzer	321
3	Reduktionsprinzipien: Suffizienz und Invarianz	329
3.1	Suffiziente σ -Algebren und suffiziente Statistiken	329
3.1.1	Einführende Überlegungen und Beispiele	330
3.1.2	Definition und Übergang zu Bedingungskernen	334
3.1.3	Suffizienz bei dominierten Klassen; Neyman-Kriterium	343
3.1.4	Erste Anwendungen in der Statistik	348
3.2	Vollständige Verteilungsklassen	353
3.2.1	Definition; Anwendung in der Schätztheorie	353
3.2.2	Exponentialfamilien und Klassen von Produktmaßen	355
3.2.3	Minimalsuffizienz und Vollständigkeit	361

3.3	Optimale Tests in mehrparametrischen Exponentialfamilien	365
3.3.1	Tests mit Neyman-Struktur	367
3.3.2	Bedingte Tests in Exponentialfamilien	373
3.3.3	Die Tests von Fisher und McNemar	379
3.3.4	Konfidenzschätzer bei mehrparametrischen Exponentialfamilien	386
3.4	Ein- und zweiseitige Tests bei Normalverteilungen	387
3.4.1	Transformation auf nicht-bedingte Tests	388
3.4.2	Tests zur Prüfung von Varianzen	391
3.4.3	t-Tests in linearen Modellen	393
3.4.4	t-Tests zur Prüfung von Mittelwerten	396
3.4.5	t-Tests zur Prüfung von Regressions- und Korrelationskoeffizienten	397
3.5	Reduktion durch Invarianz	401
3.5.1	Invariante Entscheidungsprobleme	401
3.5.2	Maximalinvariante Statistiken	406
3.5.3	Einige invariante Tests und äquivalente Bereichsschätzer	414
3.5.4	\mathfrak{B} -fast invariante Statistiken	423
3.5.5	Der Satz von Hunt-Stein	428
3.5.6	Pitman-Schätzer	436
3.5.7	Der Satz von Girshick-Savage	446
4	Lineare Modelle und multivariate Verfahren	452
4.1	Schätztheorie in linearen Modellen	452
4.1.1	Kleinste-Quadrate-Schätzer; Satz von Gauß-Markov	452
4.1.2	Aitken-Schätzer und linear schätzbare Funktionale	458
4.2	Tests und Konfidenzschätzer bei linearen Hypothesen	461
4.2.1	F-Tests und Konfidenzellipse	462
4.2.2	Varianzanalyse	469
4.2.3	Regressions- und Kovarianzanalyse	473
4.3	Varianzkomponenten-Modelle	479
4.3.1	Problemstellung und Hilfsmittel	479
4.3.2	Varianzkomponenten-Modelle als Exponentialfamilien	484
4.3.3	Schätzen und Testen in Varianzkomponenten-Modellen	491
4.4	Elemente der multivariaten Analyse	498
4.4.1	Multivariate lineare Modelle	498
4.4.2	Hotelling T^2 -Test	504
	Anhang A: Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen in Stichworten	512
	Hinweise zur Lehrbuchliteratur	527
	Sachverzeichnis	529