

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

I. Allgemeine Regeln für das Rechnen mit Näherungswerten	11
§ 1. Klassifikation und einfache Berechnungsmethoden von Fehlern	11
1. Einführung (11) – 2. Absoluter Fehler und wahrer Fehler (12) – 3. Relativer Fehler und wahrer relativer Fehler (13) – 4. Gültige Ziffern und Schreibweise von Näherungszahlen (14) – 5. Eingangsfehler (16) – 6. Regeln zur Berechnung der Anzahl gültiger Ziffern (19) – 7. Verfahrensfehler (22) – 8. Rechnungsfehler. Stabilität der Rechnung (23) – 9. Gesamtfehler (25)	
§ 2. Statistische Methoden zur Fehlerberechnung	26
1. Wahrscheinlichkeitsverteilung der Fehler (26) – 2. Mittlerer quadratischer Fehler (31)	
§ 3. Das russische Rechenbrett	35
§ 4. Die Handrechenmaschine	37
§ 5. Der Rechenschieber	44
1. Konstruktionsprinzip (44) – 2. Beschreibung des Rechenschiebers (45) – 3. Ablesen und Einstellen der Zahlen (46) – 4. Das Rechnen auf den Grundskalen (47) – 5. Weitere Rechenoperationen (49)	
§ 6. Das Arbeiten mit Tabellen	49
Praktikumsarbeiten zu Kapitel I (1–6)	54
Literatur zu Kapitel I	59
 II. Numerische und grafische Methoden zur Lösung algebraischer und transzendenten Gleichungen	 60
§ 1. Die Methode von LOBATSCHESKI (GRAEFFE-Verfahren)	60
1. Grundgedanke des Verfahrens. Reelle Wurzeln (60) – 2. Komplexe Wurzeln (65) – Mehrfache und eng benachbarte Wurzeln (70)	
§ 2. Die Regula falsi (Sehnenmethode) und das NEWTONSche Näherungsverfahren (Tangentenmethode)	71
1. Einführung (71) – 2. Trennung der Wurzeln (73) – 3. Regula falsi (76) – 4. Das NEWTONSche Näherungsverfahren (79)	
§ 3. Das Verfahren von HORNER	84
§ 4. Die Methode der schrittweisen Näherung	87
§ 5. Grafische Methoden	90
1. Einführung (90) – 2. Das grafische Analogon der Regula falsi (91) – 3. Das Verfahren von LILL (91) – 4. Die Lösung von Gleichungen durch Nomo-gramme (93) – 5. Fluchtlinientafeln (95) – 6. Beispiele (97)	

§ 6. Halbautomatische und automatische Rechenmaschinen	98
Praktikumsarbeiten zu Kapitel II (1—4)	103
Literatur zu Kapitel II	106
III. Interpolation und Annäherung von Funktionen	107
§ 1. Interpolation von Funktionen	107
1. LAGRANGESche Interpolationsformel (108) – 2. Lineares Interpolationsverfahren von AITKEN (110) – 3. Fehler der Interpolationsformeln (112) – 4. Bestapproximation und TSCHEBYSCHEWsche Polynome (115) – 5. Differenzen verschiedener Ordnung. Dividierte Differenzen (117) – 6. NEWTONsche Interpolationsformel. Interpolation mit absteigenden und aufsteigenden Differenzen (124) – 7. Interpolationsformeln von GAUSS, STIRLING und BESSEL (126) – 8. Zentrale Differenzen (132) – 9. Das Diagramm von FRAZER (135) – 10. Zur Abschätzung des Interpolationsfehlers in einzelnen Punkten (136)	
Praktikumsarbeiten zu § 1 (1—2)	137
§ 2. Anwendung der Interpolation beim Arbeiten mit Tabellen	141
1. Kontrolle und Korrektur von Tabellen (142) – 2. Interpolation in Tabellen (145) – 3. Extrapolation. Fortsetzung von Tabellen (150) – 4. Verdichtung von Tabellen (153)	
Praktikumsarbeiten zu § 2 (1—2)	158
§ 3. Quadratmittelnäherung von Funktionen	163
1. Die Methode der kleinsten Quadrate bei diskreten Punktreihen (164) – 2. Die Methode der kleinsten Quadrate bei kontinuierlichem Kurvenverlauf (169) – 3. Die allgemeine Aufgabe der Annäherung nach der Methode der kleinsten Quadrate (171) – 4. Quadratmittelnäherung durch trigonometrische Polynome (Harmonische Analyse) (176) – 5. Harmonische Analytoren (180)	
Praktikumsarbeiten zu § 3 (1—2)	184
Literatur zu Kapitel III	186
IV. Numerische Differentiation und Integration von Funktionen	187
§ 1. Numerische Differentiation	187
1. Numerische Differentiation mit Hilfe des LAGRANGESchen Interpolationspolynoms (188) – 2. Methode der unbestimmten Koeffizienten (191) – 3. Differenzenformeln der numerischen Differentiation (192)	
§ 2. Numerische Integration	194
1. Trapez- und SIMPSONsche Regel (194) – 2. Fehlerbetrachtung (196) – 3. Die Formel von COTES (198) – 4. Die Formel von TSCHEBYSCHEW (201) – 5. Die Formel von GAUSS (207) – 6. Grafische Integration (213)	
§ 3. Mechanische Geräte zur Messung von Bogenlängen und Flächeninhalten	214
1. Das Planimeter von AMSLER (215) – 2. Präzisions-Scheiben-Polarplanimeter (217) – 3. Integrimeter (218) – 4. Kurvenmesser (Kurvimeter) (219)	

Praktikumsarbeiten zu Kapitel IV (1—4)	221
Literatur zu Kapitel IV	222
V. Näherungsweise Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	223
§ 1. Analytische Methoden zur näherungsweise Lösung von Anfangswertaufgaben	223
1. Die Methode der schrittweisen Näherung (223) – 2. Integration durch Potenzreihenansatz (226)	
§ 2. Die EULERSche Methode zur Lösung von Anfangswertaufgaben	229
1. Die gewöhnliche EULERSche Methode (229) – 2. Die verbesserte EULERSche Methode (232) – 3. Verbessertes EULER-CAUCHY-Verfahren (232)	
§ 3. Das Verfahren von RUNGE-KUTTA	233
§ 4. Differenzenschemaverfahren zur Lösung von Anfangswertaufgaben bei gewöhnlichen Differentialgleichungen	240
1. Extrapolationsverfahren von ADAMS (241) – 2. Interpolationsverfahren von ADAMS (245) – 3. Anwendung der Differenzenschemaverfahren zur Lösung von Anfangswertaufgaben bei gewöhnlichen Differentialgleichungen höherer Ordnung (251)	
§ 5. Lösung von Randwertaufgaben bei gewöhnlichen Differentialgleichungen. Reduktion auf eine Anfangswertaufgabe	261
§ 6. Differenzenverfahren zur Lösung von Randwertaufgaben	263
1. Gewöhnliches Differenzenverfahren (263) – 2. Verbessertes Differenzenverfahren (265) – 3. Das Mehrstellenverfahren (268) – 4. Zu einigen theoretischen Fragen der Differenzenverfahren (270)	
§ 7. Störungsrechnung (Methode der kleinen Parameter)	275
§ 8. Die Methode der Differenzenfaktorisierung	278
Praktikumsarbeiten zu Kapitel V (1—5)	280
Literatur zu Kapitel V	281
VI. Numerische Methoden der linearen Algebra	282
§ 1. Grundbeziehungen der linearen Algebra	282
1. Matrizen und Determinanten (282) – 2. Quadratische Formen (288) – 3. Lineare normierte Räume (289)	
§ 2. Numerische Methoden zur Lösung linearer Gleichungssysteme	298
1. Einführung (298) – 2. GAUSSscher Algorithmus (304) – 3. Die Iteration in Gesamtschritten und das GAUSS-SEIDELsche Verfahren (308) – 4. Berechnung der inversen Matrix (318)	
§ 3. Eine allgemeine Methode zur schrittweisen Näherung	323
§ 4. Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren einer Matrix	329
1. Einführung (329) – 2. Die KRYLOWSche Methode (333)	

§ 5. Abschätzung des Eingangsfehlers bei der Lösung von linearen Gleichungssystemen. Systeme schlechter Kondition	342
Praktikumsarbeiten zu Kapitel VI (1—4)	346
Literatur zu Kapitel VI	348

VII. Methoden der mathematischen Physik, die auf lineare algebraische Gleichungen führen

§ 1. Differenzenverfahren. Modellierung	349
1. Einführung (349) - 2. Lösung von Randwertaufgaben für die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung (352) - 3. Lösung von Randwertaufgaben für die zweidimensionale Wärmeleitungsgleichung (358) - 4. Lösung von Randwertaufgaben für die eindimensionale Wellengleichung (361) - 5. Lösung der ersten Randwertaufgabe für die LAPLACESche und POISSONSche Differentialgleichung. Modellierung (366) - 6. Lösung der ersten Randwertaufgabe für die LAPLACESche und POISSONSche Differentialgleichung ohne Einführung angenäherter Randbedingungen (376) - 7. Lösung der zweiten Randwertaufgabe für die LAPLACESche Gleichung (405) - 8. Lösung von Eigenwertaufgaben (381) - 9. Konforme Abbildung von Vielecken (382) - 10. Lösung von Randwertaufgaben für die biharmonische Gleichung (384)	
Praktikumsarbeiten zu § 1 (1—2)	386
Aufgaben zu § 1	388
§ 2. Die Verfahren von RITZ und GALERKIN und ihre Anwendung	390
1. Allgemeine Minimalprinzipien (390) - 2. Selbstdjungierte Randwertaufgaben. Theoretische Grundlagen der Verfahren von RITZ und GALERKIN (393) - 3. Lösung von Randwertaufgaben bei gewöhnlichen Differentialgleichungen (406) - 4. Lösung von Randwertaufgaben für die LAPLACESche und POISSONSche Gleichung (412) - 5. Lösung von Randwertaufgaben für die biharmonische Gleichung (417) - 6. Bestimmung von Eigenwerten und Eigenfunktionen (420)	
Praktikumsarbeiten zu § 2 (1—4)	428
§ 3. Näherungsmethoden zur Lösung von Integralgleichungen	431
1. Einführung (431) - 2. Iterationsverfahren (433) - 3. Differenzenverfahren (443) - 4. Methoden, die sich auf die Konstruktion von Näherungsfunktionen stützen (445)	
Praktikumsarbeiten zu § 3 (1—2)	448
Literatur zu Kapitel VII	450

Anhang zu Kapitel VII: Über eine Methode zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen

§ 1. Spezielle Formeln von Differenzenoperatoren für elliptische Differentialgleichungen zweiter Ordnung	451
1. Der LAPLACESche Differenzenoperator (452) - 2. Ein Differenzenoperator für elliptische Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten (455) - 3. Ein Differenzenoperator für elliptische Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten (457)	

§ 2. Spezielle Formeln von Differenzenoperatoren für gewisse elliptische Differentialgleichungen vierter Ordnung	459
§ 3. Anwendung der allgemeinen Formeln zur numerischen Lösung von Randwertaufgaben für elliptische Differentialgleichungen	464
1. Lösung von Randwertaufgaben und Bestimmung von Eigenwerten für elliptische Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten (464) - 2. Lösung von Randwertaufgaben für die biharmonische Gleichung (469)	
Sachverzeichnis	473