

Inhaltsverzeichnis

Kapitel O. Grundlegende Definitionen und Hilfsmittel

0.1	Logische Kürzel, Abkürzungen	1
0.2	Mengen und Mengenoperationen	1
0.3	Zahlenmengen	3
0.4	Zahlenfolgen	3
0.5	Mengenfolgen	4
0.6	Abbildungen	5
0.7	Beziehungen zwischen Mengen und Indikatorvariablen	6
0.8	Topologische Begriffe und Bezeichnungen	7
0.9	Konvexe Mengen und konvexe Funktionen	8
0.10	Der Satz von Hahn-Banach	9

Kapitel I. Maßtheoretische Hilfsmittel und Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie

1.1	Mengensysteme	10
1.2	Meßbare Abbildungen	16
1.3	Produktträume	21
1.4	Konstruktion von Maßen	25
1.5	Inneres und äußeres Maß	33
1.6	Übergang vom Maß zum Integral	35
1.7	μ -fast überall Eigenschaften	38
1.8	Übergangs- und Produktwahrscheinlichkeiten	41
1.9	Der Satz von Ionescu Tulcea	48
1.10	Verteilungen und Verteilungsfunktionen	51
1.11	\mathbb{P} -fast sichere und \mathbb{P} -stochastische Konvergenz	58
1.12	Verteilungskonvergenz	64
1.13	Konvergenz im p -ten Mittel	69
1.14	Gleichgradige Integrierbarkeit	73
1.15	Unabhängigkeit	76
1.16	Null-Eins-Gesetze	83
1.17	Charakteristische Funktionen	88
1.18	Stochastische Ungleichungen	97
1.19	Normalverteilungen	104
1.20	Laplace-Transformierte	108

Übungen	109
---------	-----

Kapitel II. Gesetze der großen Zahlen

2.1	Das schwache Gesetz der großen Zahlen	118
2.2	Der Kolmogoroffsche Dreireihensatz	123
2.3	Das starke Gesetz der großen Zahlen	127
	Übungen	132

Kapitel III. Empirische Verteilungen

3.1	Uniforme Klassen	134
3.2	Gleichmäßige Konvergenz empirischer Verteilungen	145
3.3	Eindimensionale empirische Verteilungen	146
	Übungen	153

Kapitel IV. Der zentrale Grenzwertsatz

4.1	Der zentrale Grenzwertsatz	154
4.2	Der Satz von Berry-Esséen	162
4.3	Der zentrale Grenzwertsatz und das Gesetz vom iterierten Logarithmus	173
	Übungen	183

Kapitel V. Bedingte Erwartungen und bedingte Verteilungen

5.1	Spezielle bedingte Erwartungen	185
5.2	Allgemeine Definition und grundlegende Eigen- schaften bedingter Erwartungen	187
5.3	Reguläre bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilungen	193
5.4	Die Jensensche Ungleichung	200
	Übungen	203

Kapitel VI. Martingale

6.1	Martingale und Sub-Martingale	205
6.2	Das Optional Sampling Theorem	210
6.3	Stopzeiten und Transformation durch Stopzeiten	215
6.4	Martingalkonvergenzsätze	219
6.5	Inverse Martingale und Inverse Sub-Martingale	224
6.6	Stochastische Ungleichungen für Martingale und Sub-Martingale	228
6.7	Gesetze der großen Zahlen für nichtnegative Sub-Martingale und MDF	232

6.8	Ein Gesetz vom iterierten Logarithmus für Sub- Martingale mit einer Anwendung auf die Konvergenz empirischer Verteilungen	234
6.9	\mathcal{U} -Statistiken	239
6.10	Anwendungen in der Sequentialanalyse Übungen	246 253

Kapitel VII. Stochastische Prozesse

7.1	Allgemeine Existenzaussagen (Satz von Kolmogoroff)	257
7.2	Maße in Funktionenräumen $X \subset \mathbb{R}^I$, $I = [0,1]$	265
7.3	Maße in Funktionenräumen $X \subset \mathbb{R}^T$, $T \subset [0, \infty)$	288
7.4	Prozesse mit unabhängigen Zuwächsen	293
7.5	Der Poissonsche Prozeß	306
7.6	Der Brownsche Bewegungsprozeß Übungen	313 324

Kapitel VIII. Zufallselemente in metrischen Räumen

8.1	Einige allgemeine Eigenschaften von Zufallselementen	328
8.2	Konvergenzbegriffe für Zufallselemente in metri- schen Räumen	332
8.3	Ein Gesetz der großen Zahlen für Zufallselemente in einem separablen Banachraum	335
8.4	Schwache Konvergenz	339
8.5	Zwei Konvergenzsätze von Wichura	346
8.6	Die Cramérschen Sätze	352
8.7	Die Sätze von Lévy-Cramér und Cramér-Wold	354
8.8	Der klassische mehrdimensionale zentrale Grenzwert- satz Übungen	357 358

Kapitel IX. Zentrale Grenzwertsätze für Martingaldifferenz- schemata

9.1	Die konditionierte Lindeberg-Bedingung	362
9.2	Ein zentraler Grenzwertsatz für Martingaldifferenz- schemata	365
9.3	Das Lindeberg-Lévy Theorem für Martingale Übungen	370 373

Kapitel X. Invarianzprinzipien

10.1	Ein Invarianzprinzip für den Partialsummenprozeß	375
------	--	-----

10.2	Ein Invarianzprinzip für den empirischen Prozeß	384
10.3	Ein Invarianzprinzip für \mathcal{U} -Statistiken	388
10.4	Starke Approximationen für Partialsummen unabhängiger identisch verteilter Variabler	390
	Übungen	399
Formelanhang		401
Literaturverzeichnis		402
Zeichenindex		408
Sach- und Namenregister		411