

# Inhalt

## 1 Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 1.1     | Begriff der Wahrscheinlichkeit . . . . .                      | 13 |
| 1.1.1   | Anschauliche Bemerkungen . . . . .                            | 13 |
| 1.1.2   | Definitionsbereich . . . . .                                  | 14 |
| 1.1.3   | Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .                   | 16 |
| 1.1.4   | Endlich viele Elementarereignisse . . . . .                   | 18 |
| 1.2     | Zufällige Variable und Verteilungsfunktion . . . . .          | 19 |
| 1.2.1   | Eindimensionale zufällige Variable . . . . .                  | 19 |
| 1.2.2   | Eindimensionale Verteilungsfunktion . . . . .                 | 21 |
| 1.2.2.1 | Diskreter Typ . . . . .                                       | 22 |
| 1.2.2.2 | Stetiger Typ . . . . .  | 23 |
| 1.2.3   | Mehrdimensionale zufällige Variable . . . . .                 | 24 |
| 1.3     | Funktional-Parameter . . . . .                                | 25 |
| 1.3.1   | Mittelwert und Streuung . . . . .                             | 26 |
| 1.3.2   | Ungleichung von Tschebyscheff . . . . .                       | 28 |
| 1.3.3   | Quantile und Prozentpunkte . . . . .                          | 29 |
| 1.4     | Unabhängigkeit . . . . .                                      | 30 |
| 1.4.1   | Anschauliche Bemerkungen . . . . .                            | 30 |
| 1.4.2   | Definition der Unabhängigkeit . . . . .                       | 31 |
| 1.4.3   | Unkorreliertheit . . . . .                                    | 32 |
| 1.5     | Summen von zufälligen Variablen . . . . .                     | 33 |
| 1.5.1   | Mittelwert und Varianz . . . . .                              | 33 |
| 1.5.2   | Verteilungsfunktion . . . . .                                 | 33 |
| 1.6     | Einige spezielle Verteilungen . . . . .                       | 35 |
| 1.6.1   | Hypergeometrische Verteilung . . . . .                        | 35 |
| 1.6.2   | Binomial-Verteilung . . . . .                                 | 36 |
| 1.6.3   | Poisson-Verteilung . . . . .                                  | 39 |
| 1.6.4   | Normalverteilung . . . . .                                    | 41 |
| 1.6.4.1 | Dichte und Verteilungsfunktion . . . . .                      | 41 |
| 1.6.4.2 | Zentraler Grenzwertsatz und Anwendungsmöglichkeiten . . . . . | 43 |
| 1.6.4.3 | Summen und Quadratsummen . . . . .                            | 45 |
| 1.6.5   | Weibull-Verteilung . . . . .                                  | 47 |
| 1.6.5.1 | Lebensdauer-Verteilung . . . . .                              | 47 |
| 1.6.5.2 | Existenz und Eindeutigkeit der Weibull-Verteilung . . . . .   | 48 |
| 1.6.5.3 | Eigenschaften der Weibull-Verteilung . . . . .                | 50 |

**2 Statistische Grundlagen**

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| 2.1      | Stichproben . . . . .   | 52  |
| 2.1.1    | Begriff der Stichprobe . . . . .  | 52  |
| 2.1.2    | Beschreibung einer Stichprobe . . . . .                                     | 56  |
| 2.1.3    | Graphische Darstellungen . . . . .  | 58  |
| 2.2      | Parameterschätzung . . . . .  | 61  |
| 2.2.1    | Schätzfunktionen . . . . .  | 61  |
| 2.2.2    | Schätzen einer Wahrscheinlichkeit . . . . .                                 | 63  |
| 2.2.3    | Schätzen des Mittelwertes . . . . .   | 64  |
| 2.2.4    | Schätzen der Varianz und der Streuung . . . . .                             | 65  |
| 2.2.5    | Konfidenzintervalle . . . . .   | 69  |
|          | 2.2.5.1 Konfidenzintervall für den Mittelwert . . . . .                     | 70  |
|          | 2.2.5.2 Konfidenzintervall für eine Wahrscheinlichkeit . . . . .            | 71  |
| 2.2.6    | Verteilungsfreie Verfahren für Quantile . . . . .                           | 74  |
| 2.3      | Testen von Hypothesen . . . . .   | 76  |
| 2.3.1    | Hypothese über den Mittelwert . . . . .                                     | 76  |
| 2.3.2    | Einige Begriffe der Testtheorie . . . . .                                   | 78  |
| 2.3.3    | Hinweise auf spezielle Tests . . . . .                                      | 82  |
| 2.3.4    | Mehrstufige und sequentielle Tests . . . . .                                | 83  |
| 2.4      | Entscheidungstheorie . . . . .  | 84  |
| 2.4.1    | Grundbegriffe . . . . .   | 84  |
| 2.4.2    | Unverfälschtheit . . . . .  | 87  |
|          | 2.4.2.1 Anwendung auf die Parameterschätzung . . . . .                      | 88  |
|          | 2.4.2.2 Anwendung auf das Testen . . . . .                                  | 89  |
| 2.4.3    | Optimalitäts-Prinzipien . . . . .   | 91  |
| <b>3</b> | <b>Aufgaben und Methoden der statistischen Qualitätskontrolle</b>           |     |
| 3.1      | Aufgaben und Ziele . . . . .  | 94  |
| 3.2      | Eingangs- und Endkontrolle . . . . .  | 95  |
| 3.3      | Laufende Kontrolle einer Produktion . . . . .                               | 98  |
| 3.4      | Qualitative und quantitative Merkmale . . . . .                             | 100 |
|          | 3.4.1 Statistische Beurteilung von Toleranzen . . . . .                     | 101 |
|          | 3.4.2 Ersetzen eines quantitativen durch ein qualitatives Merkmal . . . . . | 102 |
| <b>4</b> | <b>Stichprobenpläne für ein qualitatives Merkmal</b>                        |     |
| 4.1      | Testen einer Hypothese über eine Wahrscheinlichkeit . . . . .               | 103 |
| 4.1.1    | Monotonie der Operations-Charakteristiken . . . . .                         | 106 |
| 4.1.2    | Annahmezahl $c = 0$ . . . . .   | 107 |

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| 4.1.3   | Annahmezahl $c > 0$ . . . . .                                     | 108 |
| 4.1.4   | Große Stichprobenumfänge . . . . .                                | 112 |
| 4.1.5   | Approximationen und Rechenhilfsmittel . . . . .                   | 113 |
| 4.2     | Einfache Stichprobenpläne . . . . .                               | 118 |
| 4.2.1   | Vorgabe zweier Punkte der Operations-Charakteristik . . . . .     | 120 |
| 4.2.2   | Vorgabe des Indifferenzpunktes und der Steilheit . . . . .        | 123 |
| 4.2.3   | Totalkontrolle bei Ablehnung . . . . .                            | 126 |
| 4.2.4   | Abgebrochene Kontrolle . . . . .                                  | 131 |
| 4.2.5   | Kostenoptimale Prüfpläne . . . . .                                | 135 |
| 4.2.5.1 | Modell-Annahmen . . . . .   | 135 |
| 4.2.5.2 | Minimax-Regret-Prinzip . . . . .                                  | 137 |
| 4.2.5.3 | Berechnung kostenoptimaler Prüfpläne . . . . .                    | 140 |
| 4.2.5.4 | Mehrere qualitative Merkmale . . . . .                            | 144 |
| 4.3     | Zweifache Stichprobenpläne . . . . .                              | 145 |
| 4.3.1   | Zweistufiger Test . . . . .                                       | 145 |
| 4.3.2   | Operations-Charakteristiken . . . . .                             | 147 |
| 4.3.3   | Durchschnittlicher Stichprobenumfang . . . . .                    | 151 |
| 4.3.4   | Abgebrochene Kontrolle . . . . .                                  | 153 |
| 4.4     | Sequentieller Test . . . . .                                      | 157 |
| 4.4.1   | Endlichkeit der Stichprobenumfänge . . . . .                      | 161 |
| 4.4.2   | Bestimmung der kritischen Werte . . . . .                         | 162 |
| 4.4.3   | Hilfsfunktionen . . . . .   | 165 |
| 4.4.4   | Operations-Charakteristik . . . . .                               | 166 |
| 4.4.5   | Durchschnittlicher Stichprobenumfang . . . . .                    | 170 |
| 4.4.6   | Erfassung der Kosten . . . . .                                    | 172 |
| 5       | <b>Stichprobenpläne für ein quantitatives Merkmal</b>             |     |
| 5.1     | Normalverteilung mit bekannter Streuung . . . . .                 | 174 |
| 5.1.1   | Zweiseitiger Test und seine Operations-Charakteristiken . . . . . | 176 |
| 5.1.2   | Vorgabe zweier Punkte der Operations-Charakteristiken . . . . .   | 179 |
| 5.2     | Normalverteilung mit unbekannter Streuung . . . . .               | 181 |
| 5.2.1   | Einseitiger Test . . . . .  | 181 |
| 5.2.2   | Vorgabe zweier Punkte der Operations-Charakteristik . . . . .     | 184 |
| 5.2.3   | Zweiseitiger Test . . . . .                                       | 186 |
| 5.3     | Abweichungen von der Normalverteilungs-Annahme . . . . .          | 188 |
| 5.3.1   | Einseitiger Test bei bekannter Streuung . . . . .                 | 189 |
| 5.3.2   | Der Spezialfall der Normalverteilung . . . . .                    | 192 |
| 5.3.3   | Folgen irrtümlicher Annahmen über die Verteilung . . . . .        | 192 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 5.4      | Kostenoptimale Prüfpläne . . . . .   | 196 |
| 5.4.1    | Einseitiger Fall . . . . .   | 196 |
| 5.4.2    | Zweiseitiger Fall . . . . .  | 200 |
| <b>6</b> | <b>Kontrollkarten</b>  |     |
| 6.1      | Kontrollkarten für normalverteilte Grundgesamtheiten . . . . .                         | 204 |
| 6.1.1    | Mittelwertkarten für vorgeschriebenen Mittelwert . . . . .                             | 206 |
| 6.1.2    | Mittelwertkarten zur Einhaltung des bisherigen Mittelwertes . . . . .                  | 210 |
| 6.1.3    | Streuungskarten . . . . .  | 212 |
| 6.1.4    | Spannweitekarten . . . . .   | 216 |
| 6.1.5    | Extremwertkarten . . . . .   | 220 |
| 6.1.6    | Mediankarten . . . . .   | 224 |
| 6.2      | Verteilungsfreie Verfahren für ein quantitatives Merkmal . . . . .                     | 227 |
| 6.2.1    | Kontrolle des Zentralwertes mittels des Zeichentestes . . . . .                        | 228 |
| 6.2.2    | Verengte Lehren . . . . .  | 229 |
| 6.2.3    | Iterationen oberhalb und unterhalb des Zentralwertes . . . . .                         | 233 |
| 6.2.4    | Iterationen bei den ersten Differenzen . . . . .                                       | 238 |
| 6.3      | Kontrollkarten für qualitative Merkmale . . . . .                                      | 241 |
| 6.3.1    | Anzahl der fehlerhaften Stücke . . . . .   | 241 |
| 6.3.2    | Anzahl der Fehler pro Einheit . . . . .  | 243 |
| 6.4      | Kosten und Kontrollabstand . . . . .   | 246 |
| 6.4.1    | Beschreibung des Modells . . . . .   | 247 |
| 6.4.1.1  | Annahmen über den Produktionsprozeß . . . . .  | 247 |
| 6.4.1.2  | Verallgemeinerte Prüfpläne . . . . .   | 248 |
| 6.4.1.3  | Annahmen über die Kosten . . . . .   | 249 |
| 6.4.1.4  | Durchschnittlicher Verlust pro Stück . . . . .   | 250 |
| 6.4.2    | Kostenoptimale Prüfpläne . . . . .   | 255 |
| 6.4.2.1  | Eigenschaften kostenoptimaler Prüfpläne . . . . .                                      | 255 |
| 6.4.2.2  | Berechnung kostenoptimaler Prüfpläne . . . . .   | 259 |
| <b>7</b> | <b>Kontinuierliche Stichprobenpläne</b>  |     |
| 7.1      | Kontinuierlicher Stichprobenplan von Dodge . . . . .                                   | 261 |
| 7.1.1    | Beschreibung des Verfahrens . . . . .  | 261 |
| 7.1.2    | Eigenschaften, falls „Produktionsprozeß unter statistischer Kontrolle“ . . . . .       | 262 |
| 7.1.3    | Eigenschaften, falls „Produktionsprozeß nicht unter statistischer Kontrolle“ . . . . . | 268 |
| 7.1.4    | Erfassung der Kosten . . . . .   | 270 |

|   |     |
|---|-----|
| 7.2 Kontinuierlicher Stichprobenplan von Wald und Wolfowitz . . . . .                           | 274 |
| 7.2.1 Beschreibung des Verfahrens . . . . .   | 274 |
| 7.2.2 Eigenschaften, falls „Produktionsprozeß nicht unter statistischer<br>Kontrolle“ . . . . . | 275 |
| 7.2.3 Eigenschaften, falls „Produktionsprozeß unter statistischer<br>Kontrolle“ . . . . .       | 277 |
| 7.3 Weitere kontinuierliche Stichprobenpläne . . . . .  | 278 |
| <b>Literatur</b> . . . . .  | 281 |
| <b>Verzeichnis der Tabellen</b> . . . . .   | 286 |
| <b>Verzeichnis der wichtigeren Bezeichnungen</b> . . . . .                                      | 287 |
| <b>Sachverzeichnis</b> . . . . .  | 288 |