

Inhalt

Teil I: Einführung in die Matrixalgebra

1.	Grundbegriffe der Matrixalgebra	13
1.1.	Problemstellung	13
1.2.	Definition einer Matrix	13
1.3.	Definition eines Vektors	14
1.4.	Grundlegende Operationen	14
1.4.1.	Addition und Subtraktion	14
1.4.2.	Transponieren	15
1.4.3.	Matrizenmultiplikation	15
1.4.4.	Matrizendivision	17
1.4.5.	Matrizenunterteilung	17
1.5.	Verknüpfungsregeln	18
1.6.	Namen für spezielle Matrizen	19
	Kontrollfragen	19
2.	Einfache Statistiken in Matrixschreibweise	20
2.1.	Arithmetische Mittelwerte	20
2.2.	Kovarianzen und Varianzen	20
2.3.	Korrelationen	22
	Kontrollfragen	23
3.	Geometrische Veranschaulichung psychologischer Datenmatrizen	24
3.1.	Variablenraum	24
3.2.	Personenraum	26
4.	Determinanten und Matrizeninversion	28
4.1.	Einleitung	28
4.2.	Definition einer Determinante	28
4.3.	Berechnung des Wertes einer Determinante	29
4.4.	Eigenschaften von Determinanten	30
4.5.	Bildung der inversen Matrix	31
	Kontrollfragen	32
5.	Gleichungen	32
5.1.	Gleichung mit einer Unbekannten	32
5.2.	Gleichung mit mehreren Unbekannten	33
5.3.	Lösung von Gleichungssystemen	33
5.4.	Lineare Abhängigkeit und Rang einer Matrix	34
5.4.1.	Lineare Abhängigkeit	34
5.4.2.	Rang einer Matrix	35
5.4.3.	Orthogonalität	36
	Kontrollfragen	36

6.	Matrizendifferentiation	37
6.1.	Differenzieren einfacher Funktionen	37
6.1.1.	Differentialquotient	37
6.1.2.	Extremwerte	38
6.1.3.	Partielle Ableitungen	39
6.2.	Vektordifferentiation	40
6.2.1.	Typische Funktionen	40
6.2.2.	Extremwerte	41
6.2.3.	Kleinste-Quadrate-Schätzungen	41
6.2.4.	Extremwerte unter einer Bedingung	43
	Kontrollfragen	44
7.	Eigenwerte und Eigenvektoren	44
7.1.	Definitionen	44
7.2.	Charakteristische Gleichung	45
7.3.	Einige Eigenschaften	47
7.4.	Anwendung	47
	Kontrollfragen	47

Teil II: Univariate multiple Analyseverfahren

8.	Lineare Erklärungsmodelle	48
8.1.	Einleitung	48
8.2.	Einteilungsgesichtspunkte	48
	Kontrollfragen	49
9.	Lineare Erklärungsmodelle mit einer Prädiktorvariablen	50
9.1.	Einfache Regressionsanalyse	50
9.2.	Varianzzerlegung	53
9.3.	Korrelations- und Determinationskoeffizient als Maße des Zusammenhanges zwischen einer Prädiktor- und einer Kriteriumsvariablen	54
9.4.	Mittelwertevergleich	55
	Kontrollfragen	56
10.	Lineare Erklärungsmodelle mit mehreren Prädiktorvariablen	57
10.1.	Das Allgemeine Lineare Modell (ALM)	57
10.2.	Parameterschätzung	58
10.3.	Varianzzerlegung	61
10.4.	Multiple Korrelation und multiple Bestimmtheit als Maße des Zusammenhanges zwischen mehreren Prädiktor- und einer Kriteriumsvariablen	64
10.5.	Spezialfälle	66
	Kontrollfragen	66
11.	Überprüfung von Erklärungsmodellen auf Signifikanz	67
11.1.	Fragestellung	67
11.2.	Hypothesen über Einflußgrößen	67
11.2.1.	Nullhypothese	67
11.2.2.	Alternativhypothese	68

11.3.	Überprüfung der Hypothesen durch Modelleinschränkungen	68
11.3.1.	Uneingeschränktes Modell	68
11.3.2.	Eingeschränktes Modell	68
11.4.	Signifikanztest	69
11.4.1.	Inferenzstatistische Voraussetzungen	69
11.4.2.	F-Test	69
	Weiterführende Literatur	71
	Kontrollfragen	71
12.	Multiple Regressionsanalyse	72
12.1.	Einleitung	72
12.2.	Parameterschätzung und Berechnung der multiplen Bestimmtheit	72
12.3.	Überprüfung der Hypothesen über die Einflußgrößen	73
12.3.1.	Überprüfung des Einflusses aller Prädiktorvariablen	73
12.3.2.	Überprüfung des Einflusses einzelner Prädiktorvariablen	74
12.3.3.	Zusammenfassung der Tests	76
	Weiterführende Literatur	76
	Kontrollfragen	76
13.	Einfaktorielle Varianzanalyse	78
13.1.	Einleitung und Einteilungsgesichtspunkte	78
13.2.	Designmatrix	78
13.2.1.	Kontraste	78
13.2.2.	Bildung von Kodiervariablen	79
13.2.3.	Kodiervariablen als Spalten der Designmatrix	80
13.3.	Parameterschätzung und Berechnung der multiplen Bestimmtheit	80
13.4.	Überprüfung der Hypothesen über die Einflußgrößen	81
13.4.1.	Überprüfung des Einflusses aller Faktorstufen	82
13.4.2.	Überprüfung einzelner Kontraste	82
13.4.3.	Tafel der Varianzanalyse	84
13.4.4.	Zusammenfassung der Tests	84
14.	Mehrfaktorielle Varianzanalyse	86
14.1.	Einleitung	86
14.2.	Designmatrix	86
14.2.1.	Bildung der Kodiervariablen für Faktoren	87
14.2.2.	Bildung der Kodiervariablen für Wechselwirkungen	87
14.2.3.	Kodiervariablen als Spalten der Designmatrix	88
14.3.	Parameterschätzung und Berechnung der multiplen Bestimmtheit	88
14.4.	Überprüfung der Hypothesen über die Einflußgrößen	89
14.4.1.	Überprüfung des Einflusses aller Faktoren	89
14.4.2.	Überprüfung der Haupteffekte einzelner Faktoren	90
14.4.3.	Überprüfung der Wechselwirkungen	92
14.4.4.	Überprüfung einzelner Kontraste	92
14.4.5.	Tafel der Varianzanalyse	92
14.4.6.	Zusammenfassung der Tests	93
14.5.	Vielfaktorielle Verallgemeinerungen	93
	Kontrollfragen	95
	Weiterführende Literatur	95

15.	Kovarianzanalyse	95
15.1.	Einleitung	95
15.2.	Funktion der Kovariablen	95
15.3.	Designmatrix und Parameterschätzung	96
15.4.	Überprüfung der Hypothesen über die Einflußgrößen	97
15.4.1.	Überprüfung des Einflusses der Kovariablen	97
15.4.2.	Überprüfung des Einflusses aller Faktoren	97
15.4.3.	Überprüfung der Homogenität der Regression	98
15.4.4.	Überprüfung einzelner Faktoren und Wechselwirkungen	99
15.4.5.	Zusammenfassung der Tests	99
	Kontrollfragen	99
	Weiterführende Literatur	99

Teil III: Multivariate Analyseverfahren

16.	Lineare Erklärungsmodelle mit mehreren Kriteriumsvariablen	101
16.1.	Einleitung	101
16.2.	Kanonische Korrelation und kanonische Variablen	102
16.3.	Beziehungen zwischen kanonischen, multiplen und einfachen Korrelationen	103
16.4.	Multivariate Fragestellungen	104
16.5.	Einteilungsgesichtspunkte multivariater Analyseverfahren	104
	Kontrollfragen	104
17.	Die kanonische Korrelation als Maß des Zusammenhanges zwischen mehreren Prädiktor- und mehreren Kriteriumsvariablen	105
17.1.	Einleitung	105
17.2.	Herleitung der kanonischen Korrelation in Ausdrücken der multiplen Korrelation	106
17.2.1.	Einflußgewichte b	106
17.2.2.	Einflußgewichte a	107
17.2.3.	Matrix der kanonischen Korrelationen	108
17.3.	Kanonische Variablen	110
17.3.1.	Matrizen der kanonischen Variablen	110
17.3.2.	Wesentliche Eigenschaften der kanonischen Variablen	113
17.3.3.	Interpretation der kanonischen Variablen	113
	Kontrollfragen	114
18.	Multivariate Varianzzerlegung	114
18.1.	Dispersionsmatrix	114
18.2.	Verallgemeinerte Varianz	115
18.3.	Zerlegung der verallgemeinerten Varianz	115
18.3.1.	Erklärte verallgemeinerte Varianz	116
18.3.2.	Unerklärte verallgemeinerte Varianz	116
	Kontrollfragen	117

19.	Überprüfung von multivariaten Erklärungsmodellen auf Signifikanz ...	118
19.1.	Fragestellung	118
19.2.	Hypothesen über Einflußgrößen	118
19.3.	Überprüfung der Hypothesen durch Modelleinschränkungen	118
19.3.1.	Uneingeschränktes Modell	119
19.3.2.	Eingeschränktes Modell	119
19.4.	Wilks' Lambda-Kriterium	119
19.4.1.	Definition von Lambda	119
19.4.2.	Wesentliche Eigenschaften von Lambda	120
19.5.	Signifikanztest	121
19.5.1.	Inferenzstatistische Voraussetzungen	121
19.5.2.	Chi-Quadrat-Approximation von Lambda	121
19.5.3.	F-Approximation von Lambda	123
19.6.	Überprüfung der Anzahl der interpretierbaren kanonischen Variablen ..	125
	Kontrollfragen	126
	Weiterführende Literatur	126
20.	Multivariate Regressionsanalyse	127
20.1.	Einleitung	127
20.2.	Abgrenzung gegen die kanonische Korrelationsanalyse	127
20.3.	Bestimmung des multivariaten Zusammenhanges	127
20.4.	Überprüfung der Hypothesen über die Einflußgrößen	129
20.4.1.	Überprüfung des Einflusses aller Prädiktorvariablen	129
20.4.2.	Überprüfung des Einflusses einzelner Prädiktorvariablen	130
20.4.3.	Zusammenfassung der Tests	131
20.5.	Überprüfung der Anzahl der interpretierbaren kanonischen Variablen .	131
	Kontrollfragen	135
	Weiterführende Literatur	135
21.	Multivariate Varianzanalyse	135
21.1.	Einleitung	135
21.2.	Designmatrix	135
21.3.	Bestimmung des multivariaten Zusammenhanges	138
21.4.	Überprüfung der Hypothesen über die Einflußgrößen	139
21.4.1.	Überprüfung des Einflusses aller Faktoren	139
21.4.2.	Überprüfung einzelner Faktoren und Wechselwirkungen	140
21.4.3.	Überprüfung einzelner Kontraste	143
21.4.4.	Zusammenfassung der Tests	143
21.5.	Überprüfung der Anzahl der interpretierbaren kanonischen Variablen ..	146
	Kontrollfragen	146
	Weiterführende Literatur	146
22.	Multivariate Kovarianzanalyse	147
22.1.	Einleitung	147
22.2.	Designmatrix	147
22.3.	Bestimmung des multivariaten Zusammenhanges	147
22.4.	Überprüfung der Hypothesen über die Einflußgrößen	148
22.4.1.	Überprüfung des Einflusses der Kovariablen	148

22.4.2. Überprüfung des Einflusses aller Faktoren	149
22.4.3. Überprüfung der Homogenität der Regression	150
22.4.4. Überprüfung einzelner Faktoren und Wechselwirkungen	150
22.4.5. Zusammenfassung der Tests	150
22.5 Überprüfung der Anzahl der interpretierbaren kanonischen Variablen	152
Kontrollfragen	152
Weiterführende Literatur	152

Anhang

Antworten zu den Kontrollfragen	153
Rechentechische Hinweise	156
χ^2 -Tabelle	157
F-Tabelle	158
Literaturverzeichnis	160
Personenregister	164
Sachregister	165