
Inhalt

5.	Nichtlineare Gleichungen und Gleichungssysteme	11
5.1.	Elementare Iterationsverfahren	11
5.1.1.	Problemstellung	11
5.1.2.	Bisektionsverfahren	15
5.1.3.	Einfache Iteration	17
5.1.4.	Newton-Verfahren und Regula falsi	23
5.1.5.	Bemerkungen	30
5.1.6.	Übungsaufgaben	34
5.2.	Polynome	35
5.2.1.	Algebraische Grundlagen	36
5.2.2.	Reelle Nullstellen	41
5.2.3.	Komplexe Nullstellen	47
5.2.4.	Simultane Aufspaltung in Quadratfaktoren	52
5.2.5.	Bemerkungen	55
5.2.6.	Übungsaufgaben	59
5.3.	Systeme	60
5.3.1.	Gesamt- und Einzelschrittverfahren	61
5.3.2.	Konvergenzbeschleunigung	66
5.3.3.	Newton-Verfahren und diskretisierte Varianten	69
5.3.4.	Gedämpftes Newton-Verfahren	73
5.3.5.	Rang-Eins-Modifizierung des Newton-Verfahrens	75
5.3.6.	Bemerkungen	77
5.3.7.	Übungsaufgaben	81
6.	Interpolation und Approximation	83
6.1.	Polynominterpolation	83
6.1.1.	Problemstellung, Lagrangesche Darstellung	83
6.1.2.	Newtonsche Darstellung	89
6.1.3.	Interpolationsfehler, Konvergenz	94
6.1.4.	Bemerkungen	97
6.1.5.	Übungsaufgaben	100
6.2.	Intervallweise Interpolation	103
6.2.1.	Interpolation durch einen Polygonzug	103
6.2.2.	Intervallweise Hermite-Interpolation	106
6.2.3.	Quadratische Spline-Interpolation	108
6.2.4.	Kubische Spline-Interpolation	113
6.2.5.	Fehler der Spline-Interpolation	117
6.2.6.	Bemerkungen	120
6.2.7.	Übungsaufgaben	121

6.3.	Interpolation von Flächen	122
6.3.1.	Problemstellung	122
6.3.2.	Transformation auf das Einheitsdreieck (Einheitsquadrat)	124
6.3.3.	Linearer und bilinearer Ansatz	127
6.3.4.	Quadratische und biquadratische Ansätze	130
6.3.5.	Bemerkungen	139
6.3.6.	Übungsaufgaben	139
6.4.	Approximation im quadratischen Mittel	140
6.4.1.	Normen, Skalarprodukte und Orthogonalität für Funktionen	141
6.4.2.	Beste Approximation	146
6.4.3.	Bemerkungen	154
6.4.4.	Übungsaufgaben	154
6.5.	Numerische Fourier- und Čebyšev-Entwicklung	156
6.5.1.	Schnelle Fourier-Transformation	156
6.5.2.	Numerische Berechnung von Funktions- und Ableitungswerten der approximieren- den Funktion	163
6.5.3.	Bemerkungen	167
6.5.4.	Übungsaufgaben	167
6.6.	Gleichmäßige Approximation	168
6.6.1.	Beste gleichmäßige Approximation	168
6.6.2.	Der Remez-Algorithmus	171
6.6.3.	Gute gleichmäßige Approximation	178
6.6.4.	Bemerkungen	180
6.6.5.	Übungsaufgaben	181
7.	Quadratur und Kubatur	183
7.1.	Interpolationsquadraturen	183
7.1.1.	Problemstellung, Grundlagen	183
7.1.2.	Riemann-Summen	186
7.1.3.	Newton-Cotes-Formeln	189
7.1.4.	Zusammengesetzte Quadraturformeln	193
7.1.5.	Bemerkungen	199
7.1.6.	Übungsaufgaben	200
7.2.	Konvergenzbeschleunigung durch Extrapolation	203
7.2.1.	Richardson-Extrapolation	203
7.2.2.	Anwendung auf die numerische Integration	205
7.2.3.	Anwendung auf die numerische Differentiation	212
7.2.4.	Bemerkungen	214
7.2.5.	Übungsaufgaben	216
7.3.	Gauß-Quadraturen	217
7.3.1.	Offene Gauß-Formeln	217
7.3.2.	Halboffene und geschlossene Gauß-Formeln	223
7.3.3.	Vergrößerung der Stützstellenzahl	225
7.3.4.	Bemerkungen	226
7.3.5.	Übungsaufgaben	228
7.4.	Kubatur	230
7.4.1.	Problemstellung	230
7.4.2.	Transformation auf Einheitsbereiche	233
7.4.3.	Newton-Cotes-Kubatur	238
7.4.4.	Zusammengesetzte Newton-Cotes-Kubatur	243
7.4.5.	Gauß-Kubatur	244
7.4.6.	Bemerkungen	247
7.4.7.	Übungsaufgaben	249

8.	Anfangswertaufgaben für gewöhnliche Differentialgleichungen	252
8.1.	Explizite Einschrittverfahren	252
8.1.1.	Problemstellung	252
8.1.2.	Polygonzug- und Euler-Heun-Verfahren	255
8.1.3.	Explizite Runge-Kutta-Formeln	259
8.1.4.	Schätzung des lokalen Diskretisierungsfehlers	263
8.1.5.	Gills Runge-Kutta-Modifikation mit Schrittweitensteuerung und Richardson-Extrapolation	265
8.1.6.	Globaler Fehler, Konvergenz	267
8.1.7.	Bemerkungen	271
8.1.8.	Übungsaufgaben	273
8.2.	Implizite Einschrittverfahren	274
8.2.1.	Problemstellung, steife Systeme	274
8.2.2.	Allgemeine Darstellung impliziter Runge-Kutta-Formeln	277
8.2.3.	Einige Klassen impliziter Runge-Kutta-Verfahren	280
8.2.4.	Implementierung impliziter Runge-Kutta-Verfahren	283
8.2.5.	Stabile Lösungen	288
8.2.6.	Stabile Lösungsverfahren	292
8.2.7.	Bemerkungen	296
8.2.8.	Übungsaufgaben	297
Literatur		300
Sachverzeichnis		314