

Inhaltsverzeichnis

Überblick über die Methode der kleinsten Quadrate	1
---	---

I. Abschnitt

Grundzüge der Fehlerlehre

§ 1. Fehlerarten, theoretische Mittelwerte und Streuungsmaße	6
1.1 Grobe, systematische, zufällige und totale Fehler	6
1.2 Der theoretische Mittelwert	8
1.3 Die theoretischen Streuungsmaße	10
1.4 Zur Berechnung der Streuungsmaße	11
§ 2. Der mittlere Fehler von Funktionen unabhängiger Messungsgrößen (Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz)	13
2.1 Der Einfluß der Beobachtungsfehler auf Funktionen gemessener Größen	13
2.2 Der relative Fehler einer Funktion gemessener Größen	14
2.3 Der mittlere Fehler einer Funktion gegenseitig unabhängiger Messungsgrößen	15
§ 3. Empirischer Mittelwert und empirischer mittlerer Fehler bei Beobachtungen gleicher Genauigkeit	24
3.1 Wahre und übrigbleibende Fehler	24
3.2 Empirischer Mittelwert und empirischer mittlerer Fehler einer ursprünglichen Beobachtung	24
3.3 Empirischer mittlerer Fehler des arithmetischen Mittels direkt beobachteter Messungsgrößen	26
§ 4. Empirischer Mittelwert und empirischer mittlerer Fehler bei Beobachtungen verschiedener Genauigkeit	29
4.1 Einführen des Gewichts und des allgemeinen arithmetischen Mittels	29
4.2 Beziehungen zwischen Gewichten und mittleren Fehlern	30
4.3 Die Gewichte von Funktionen direkt beobachteter Messungsgrößen	32
4.4 Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit; homogenisierte und standardisierte Beobachtungen	33
4.5 Gewichtsreziproke oder Kofaktoren	35
§ 5. Empirische mittlere Beobachtungsfehler aus Doppelmessungen	38
5.1 Beobachtungspaare gleichen Gewichtes	38
5.2 Beobachtungspaare verschiedenen Gewichtes	39
§ 6. Fehlerfortpflanzungsgesetze für Beobachtungen mit systematischen Fehleranteilen und für korrelierte Beobachtungen.	42
6.1 Beobachtungen mit systematischen Fehleranteilen	42
6.2 Gegenseitig abhängige oder korrelierte Beobachtungen	47
§ 7. Das Gaußsche Fehlergesetz	50
7.1 Fehlerhäufigkeit und Fehlerwahrscheinlichkeit	50
7.2 Die Fehlerhäufigkeits- und die Fehlerwahrscheinlichkeitsfunktion	51

7.3 Die graphische Darstellung von $\varphi(\varepsilon)$	54
7.4 Hagens Ableitung des Fehlergesetzes	56
7.5 Fehlergesetz und Beobachtungsreihen.	60
§ 8. Die fehlertheoretische Begründung und die mittleren Fehler der Genauigkeitsmaße	61
8.1 Beziehungen zwischen τ , μ , ϱ und h	61
8.2 Zur Theorie des Maximalfehlers	64
8.3 Der mittlere Fehler eines aus n wahren Fehlern berechneten empirischen mittleren Fehlers	65
8.4 Der mittlere Fehler eines aus n übrigbleibenden Fehlern berechneten empirischen mittleren Fehlers	67
8.5 Zufallskriterien	70

II. Abschnitt

Ausgleichung von direkten Beobachtungen

§ 9. Grundprinzip und Formen der Ausgleichungsaufgabe	72
9.1 Die Aufgabe der Ausgleichungsrechnung	72
9.2 Das Ausgleichungsprinzip.	72
9.3 Ausgleichungsverfahren.	74
§ 10. Ausgleichung direkter Beobachtungen gleicher Genauigkeit (Arithmetisches Mittel)	75
§ 11. Ausgleichung direkter Beobachtungen verschiedener Genauigkeit (Allgemeines arithmetisches Mittel).	78
§ 12. Beobachtungen mit Summengleichung	81

III. Abschnitt

Ausgleichung von vermittelnden Beobachtungen

§ 13. Einführung in die Methode der vermittelnden Beobachtungen.	85
§ 14. Aufstellen der Fehlergleichungen	87
14.1 Wahl der Unbekannten	88
14.2 Lineare Fehlergleichungen	88
14.3 Nichtlineare Fehlergleichungen	89
§ 15. Aufstellen und Auflösen der Normalgleichungen	91
15.1 Aufstellen der Normalgleichungen	91
15.2 Auflösen der Normalgleichungen nach dem Gaußschen Algorithmus	93
15.3 Übergang auf mehrere Unbekannte.	94
15.4 Das System der Endgleichungen	96
§ 16. Vervollständigung des Algorithmus durch Summen- und $[v\ v]$ -Proben	97
16.1 Die Summenproben	97
16.2 v -Proben und $[v\ v]$ -Proben	99
16.3 Die Schlußprobe.	102
16.4 Anordnung der Zahlenrechnung	102
§ 17. Gewichtskoeffizienten und mittlere Fehler der Unbekannten	105
17.1 Herleitung der Gewichtskoeffizienten	105
17.2 Berechnung der Gewichtskoeffizienten aus ihren Endgleichungen	109
17.3 Gleichzeitige Auflösung von Normal- und Gewichtsgleichungen	111
17.4 Die unbestimmte Auflösung.	112
17.5 Gewichtskoeffizienten bei nur zwei Unbekannten	115

§ 18. Mittlere Fehler der beobachteten Größen	116
18.1 Ableiten der Fehlerformel	116
18.2 Zweite Gaußsche Begründung der Methode der kleinsten Quadrate	118
§ 19. Vermittelnde Beobachtungen verschiedener Genauigkeit	120
§ 20. Die Gewichte von Funktionen der Unbekannten	123
20.1 Berechnen des Funktionsgewichtes mit Hilfe der Gewichtskoeffizienten	123
20.2 Berechnen des Funktionsgewichtes durch Erweitern des ursprünglichen Normalgleichungssystems	126
20.3 Gewicht einer Funktion von Funktionen der ausgeglichenen Beobachtungen	127
20.4 Freie oder nicht korrelierte Funktionen	128
§ 21. Rechenmaschinenlogarithmen	130
21.1 Der mechanisierte Gaußsche Algorithmus	130
21.2 Der moderne Gaußsche Algorithmus	131
21.3 Der Algorithmus von <i>Cholesky</i>	136
§ 22. Übersicht über die Ausgleichung von vermittelnden Beobachtungen	138
§ 23. Ausgleichung von Höhennetzen	141
§ 24. Reduzierte Fehlergleichungen	144
24.1 Elimination einer Unbekannten mittels der Summengleichung	144
24.2 Die Schreibersche Regel	145
§ 25. Stationsausgleichungen	148
§ 26. Trigonometrisches Einschneiden	158
§ 27. Ausgleichung von Streckennetzen	184
§ 28. Die Ausgleichung von Triangulierungsnetzen nach vermittelnden Beobachtungen	189
28.1 Ausgleichen von Füllnetzen	189
28.2 Ausgleichen von freien Flächennetzen	190

IV. Abschnitt

Die Ausgleichung von bedingten Beobachtungen

§ 29. Einführung in die Methode der bedingten Beobachtungen	193
§ 30. Das Aufstellen der Bedingungsgleichungen	194
30.1 Aufsuchen der Bedingungen	194
30.2 Lineare Bedingungsgleichungen	195
30.3 Nichtlineare Bedingungsgleichungen	197
§ 31. Korrelatengleichungen, Normalgleichungen und Proben	197
31.1 Aufstellen und Auflösen der Korrelatengleichungen und der Normalgleichungen	197
31.2 Die $[v]$ -Proben	199
31.3 Summenproben und Schlußprobe	200
§ 32. Mittlerer Fehler einer beobachteten Größe	201
32.1 Zurückführen bedingter auf vermittelnde Beobachtungen	201
32.2 Die Berechnung des mittleren Fehlers einer beobachteten Größe	202
§ 33. Bedingte Beobachtungen mit ungleichen Gewichten	203

§ 34. Die Gewichte von Funktionen der ausgeglichenen Beobachtungen	204
34.1 Darstellen des Funktionsgewichtes mittels der Übertragungskoeffizienten	204
34.2 Berechnen der Funktionengewichte	206
34.3 Die Gewichtskoeffizienten der ausgeglichenen Beobachtungen	208
34.4 Das Gewicht einer Funktion von Funktionen der ausgeglichenen Beobachtungen	210
§ 35. Übersicht über die Ausgleichung von bedingten Beobachtungen	211
§ 36. Einfache Anwendungen der bedingten Beobachtungen	213
§ 37. Bedingungsgleichungen in Dreiecksnetzen	220
37.1 Bedingungen bei Winkelbeobachtungen in freien Netzen	220
37.2 Abzählformeln bei Winkelbeobachtungen in freien Netzen	222
37.3 Bedingungen bei Winkelbeobachtungen in angeschlossenen Netzen	226
37.4 Behandlung von Richtungssätzen	227
37.5 Fehlerberechnung in trigonometrischen Netzen.	228
§ 38. Iterative und gruppenweise Behandlung von Bedingungsgleichungen	239
38.1 Ein Gaußsches Iterationsverfahren	239
38.2 Näherungsausgleichung von Dreiecksnetzen mit Richtungsbeobachtungen	241
38.3 Reduzierte Bedingungsgleichungen	241
38.4 Das Krügersche Zweigruppenverfahren	243
§ 39. Entwicklungsverfahren und Substitutionsverfahren	251
39.1 Grundgedanken des Entwicklungsverfahrens.	251
39.2 Die Entwicklung des Korrelaten nach den Widersprüchen	252
39.3 Der Algorithmus des Entwicklungsverfahrens	253
39.4 Grundgedanken des Substitutionsverfahrens	256

V. Abschnitt

Ausgleichung von korrelierten Beobachtungen

§ 40. Vermittelnde Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen	261
40.1 Direkte Lösung	261
40.2 Zweistufige Ausgleichung nach <i>F. W. Bessel</i>	262
40.3 Eine Lösung von <i>C. F. Baeschlin</i>	264
§ 41. Bedingungsgleichungen mit Unbekannten	270
41.1 Allgemeine Form der Ausgleichungsaufgabe	270
41.2 Fehlergleichungen mit verschiedenartigen Beobachtungsgrößen	272
§ 42. Ausgleichen korrelierter Beobachtungen mittels äquivalenter Fehlergleichungen	277
42.1 Äquivalente Fehlergleichungen	277
42.2 Ausgleichen korrelierter Größen nach bedingten Beobachtungen	278
42.3 Ausgleichen korrelierter Größen nach vermittelnden Beobachtungen	280
§ 43. Ausgleichen korrelierter Beobachtungen mit Hilfe der Matrix der Gewichtskoeffizienten.	286
43.1 Das Ausgleichungsverfahren.	287
43.2 Ausgleichen korrelierter Größen nach bedingten Beobachtungen	296
43.3 Ausgleichen korrelierter Größen nach vermittelnden Beobachtungen	297

VI. Abschnitt

Sonderaufgaben und mathematische Statistik

§ 44. Ausgleichung durch schrittweise Annäherung	300
§ 45. Bestimmen der Konstanten einer linearen Transformation (Helmert-Transformation)	311
45.1 Berechnen der Transformationskonstanten aus den auf die Schwerpunkte bezogenen Koordinaten der Paßpunkte	311
45.2 Berechnen der Konstanten zur Transformation photogrammetrischer Modelle aus den ursprünglichen Koordinaten der Paßpunkte	314
§ 46. Genäherte Darstellung von Funktionen	317
46.1 Bestimmung der ausgleichenden Geraden	318
46.2 Darstellung einer Funktion durch eine Potenzreihe	322
46.3 Darstellung einer Funktion durch trigonometrische Reihen	325
§ 47. Grundbegriffe der mathematischen Statistik; Normalverteilung	335
47.1 Einführung	335
47.2 Grundgesamtheit, Verteilungs- und Dichtefunktionen	337
47.3 Die Parameter der Grundgesamtheit	339
47.4 Die Gaußsche Normalverteilung	342
47.5 Die Standardform der Normalverteilung	342
47.6 Die λp %-Grenzen der Normalverteilung und die theoretischen Maximalfehler	344
§ 48. Stichprobenverteilungen und Vertrauensgrenzen	346
48.1 Die Parameter der Stichprobe	346
48.2 Prüfen einer Stichprobe auf Normalverteilung; das Wahrscheinlichkeitsnetz	347
48.3 Vertrauensbereich für den empirischen Mittelwert bei bekanntem σ (Normalverteilung).	352
48.4 Vertrauensbereich für den empirischen Mittelwert bei unbekanntem σ (t -Verteilung)	354
48.5 Vertrauensbereich für σ , wenn s bekannt ist (χ^2 -Verteilung)	358
48.6 Vertrauensgrenzen für den Quotienten zweier Standardabweichungen (F -Verteilung)	363
§ 49. Statistische Prüfverfahren oder Signifikanzteste	367
49.1 Allgemeines über Signifikanzteste	367
49.2 Signifikanztest für den Mittelwert bei bekanntem σ	369
49.3 Signifikanztest für den Mittelwert bei unbekanntem σ	372
49.4 Testen des Verhältnisses von zwei empirischen Varianzen	374
49.5 Prüfen auf Häufigkeitsverteilung (χ^2 -Anpassungstest)	375
49.6 Die Streuungszzerlegung oder Varianzanalyse	378
49.7 Prüfung von Abhängigkeiten (Regression und Korrelation)	383
49.8 Zur Anwendung der statistischen Verfahren auf geodätische Beobachtungen	386

VII. Abschnitt

Anwendungen der Matrizenrechnung auf die Ausgleichsrechnung

§ 50. Grundregeln der Matrizenrechnung	388
50.1 Definition und Bezeichnungen	388
50.2 Rechenoperationen mit Matrizen.	390

50.3	Sonderfälle und Anwendungen der Multiplikationsregel	392
50.4	Inversion der Matrizen	394
50.5	Symmetrische Matrizen	397
50.6	Differentiation von Matrizenfunktionen	401
§ 51.	Ausgleichen vermittelnder Beobachtungen	402
51.1	Die Fehlergleichungen	402
51.2	Die Normalgleichungen	403
51.3	Berechnung der Unbekannten	403
51.4	Einflußzahlen und Gewichtskoeffizienten (Kofaktoren)	404
51.5	Gewicht einer Funktion der Unbekannten	405
51.6	Gewicht einer Funktion von Funktionen	405
51.7	Verprobung durch die Fehlerquadratsumme	406
51.8	Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit	406
§ 52.	Ausgleichen bedingter Beobachtungen	406
52.1	Die Bedingungsgleichungen	406
52.2	Die Normalgleichungen	407
52.3	Die gewogene Fehlerquadratsumme	407
52.4	Gewichte der ausgeglichenen Beobachtungen und ihrer Funktionen	408
§ 53.	Einige Sonderaufgaben	408
53.1	Das Boltzsche Entwicklungsverfahren	408
53.2	Das Boltzsche Substitutionsverfahren	410
53.3	Ausgleichen korrelierter Beobachtungen	412
Schrifttum	(Auswahl)	415
Namen- und Sachverzeichnis	417