

# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Problemstellung</b> .....	<b>13</b>
1.1.	Aufgaben der numerischen Mathematik. Numerische Prozesse .....	13
1.2.	Fehlerquellen .....	16
1.3.	Fehler von Quadraturformeln .....	18
<b>2.</b>	<b>Approximationsfehler</b> .....	<b>21</b>
2.1.	Das klassische Ritzsche Verfahren. Abschätzungen in der energetischen Norm .....	21
2.2.	Einige Verallgemeinerungen des Satzes von Jackson auf Funktionen mehrerer Veränderlicher .....	23
2.3.	Gewöhnliche Differentialgleichungen .....	25
2.4.	Gleichungen vom elliptischen Typ. Abschätzungen in der energetischen Norm .....	27
2.5.	Einige Fehlerabschätzungen für die Ableitungen. Literaturhinweise .....	28
2.6.	Einige Markowsche Ungleichungen .....	29
2.7.	Abschätzungen für die Approximation der höheren Ableitungen .....	32
2.8.	Abschätzungen für die Approximation der niedrigeren Ableitungen .....	36
2.9.	Bubnow-Galerkin-Verfahren .....	39
2.10.	Differenzenverfahren .....	41
2.11.	Kollokationsverfahren .....	43
<b>3.</b>	<b>Verzerrungsfehler</b> .....	<b>46</b>
3.1.	Verzerrungsfehler eines linearen freien numerischen Prozesses .....	46
3.2.	Stabilität eines freien Prozesses gegenüber Verzerrungen .....	47
3.3.	Stabilität des Ritzschen Verfahrens .....	50
3.4.	Beispiele .....	54
3.5.	Über die Stabilität des Bubnow-Galerkin-Verfahrens .....	60
3.6.	Verzerrungsfehler eines rekursiven numerischen Prozesses .....	64
3.7.	Stabilität eines rekursiven numerischen Prozesses .....	65
3.8.	Verzerrungsfehler und Stabilität der Methode des steilsten Abstiegs .....	67
3.9.	Stabilität des Kollokationsverfahrens .....	69
<b>4.</b>	<b>Algorithmus- und Rundungsfehler</b> .....	<b>75</b>
4.1.	Die Konditionszahl .....	75
4.2.	Algorithmusfehler im Iterationsprozeß .....	76
4.3.	Rundungsfehler beim rekursiven Prozeß .....	78
4.4.	Rundungsfehler der Methode des steilsten Abstiegs .....	80
4.5.	Rundungsfehler des Richardson-Verfahrens für lineare algebraische Systeme .....	83
<b>5.</b>	<b>Fehler der Finite-Elemente-Methode</b> .....	<b>85</b>
5.1.	Übersicht über einige Resultate: Approximationsfehler .....	85
5.2.	Übersicht über einige Resultate: Verzerrungsfehler und Konditionszahl der FEM .....	89
5.3.	FEM mit einer stückweise polynomialen Ausgangsfunktion. Die Konstante in der Abschätzung des Approximationsfehlers .....	91
5.4.	Verzerrungsfehler .....	94
5.5.	Simplektische Gitter. Approximationsabschätzung .....	97
5.6.	Ein Satz über die Stabilität .....	99

<b>6.</b>	<b>Fehler bei der näherungsweise Lösung von Integralgleichungen</b> . . . . .	101
6.1.	Fehler des mechanischen Quadraturverfahrens für Fredholmsche Gleichungen . . . . .	102
6.2.	Fredholmsche Gleichungen, die sich durch Iterationen lösen lassen . . . . .	105
6.3.	Fehler bei der Bestimmung der Fredholmschen Resolvente . . . . .	108
6.4.	Überführung in ein algebraisches System . . . . .	112
6.5.	Singuläre Integralgleichungen. Die Fehlerquadratmethode . . . . .	114
6.6.	Mechanische Quadratur- und Kollokationsverfahren für eindimensionale singuläre Gleichungen . . . . .	117
<b>7.</b>	<b>Nichtlineare numerische Prozesse</b> . . . . .	120
7.1.	Über den Approximationsfehler des Ritzschen Verfahrens . . . . .	120
7.2.	Verzerrungsfehler und Stabilität eines freien numerischen Prozesses . . . . .	123
7.3.	Über die Stabilität des Ritzschen und des FEM-Prozesses . . . . .	125
7.4.	Verzerrungs- und Rundungsfehler eines rekursiven numerischen Prozesses . . . . .	130
7.5.	Das Newton-Kantorowitsch-Verfahren . . . . .	132
<b>8.</b>	<b>Einige einseitige Variationsaufgaben</b> . . . . .	136
8.1.	Aufgabenstellung und ihre näherungsweise Lösung . . . . .	136
8.2.	Approximationsfehler . . . . .	140
8.3.	Fälle, für die sich die Abschätzung des Approximationsfehlers verbessern läßt . . . . .	142
8.4.	Abschätzung des Approximationsfehlers für eine allgemeinere Aufgabe . . . . .	148
8.5.	Über die Stabilität der exakten Lösung der einseitigen Variationsaufgabe . . . . .	150
8.6.	Abschätzung des Verzerrungsfehlers . . . . .	156
8.7.	Anhang zu Kapitel 8 (W. B. Tjuchtin) . . . . .	159
<b>9.</b>	<b>Der elastisch-plastische Zustand nach de-Saint-Venant/v. Mises und Haar/v. Kármán</b> . . . . .	166
9.1.	Die Gleichungen von de-Saint-Venant/Lévy und von v. Mises. Das Variationsprinzip von Haar/v. Kármán . . . . .	166
9.2.	Torsion eines Stabes . . . . .	170
9.3.	Das ebene Problem . . . . .	178
9.4.	Das dreidimensionale Problem . . . . .	182
<b>Anhang.</b>	<b>Fehler bei der Lösung linearer algebraischer Systeme</b> . . . . .	185
<b>1.</b>	<b>Vorbemerkungen</b> . . . . .	186
1.1.	Lineare algebraische Systeme . . . . .	186
1.2.	Fehler der elementaren Operationen . . . . .	186
<b>2.</b>	<b>Das Gaußsche Verfahren</b> . . . . .	190
2.1.	Die Eliminationsmethode nach dem Hauptelement. Die Verzerrung der Matrix und der rechten Seite . . . . .	190
2.2.	Die Matrix $L$ . . . . .	191
2.3.	Fehler der Matrix $L$ . . . . .	195
2.4.	Abschätzungen von $\ L\ $ und $\ l\ $ . . . . .	196
2.5.	Abschätzung des Verzerrungsfehlers . . . . .	196
2.6.	Abschätzung des Rundungsfehlers . . . . .	200
2.7.	Die Progonka-Methode . . . . .	201
<b>3.</b>	<b>Andere exakte Verfahren</b> . . . . .	204
3.1.	Die Methode der Spiegelungsmatrizen . . . . .	204
3.2.	Die Methode der Quadratwurzeln . . . . .	207
3.3.	Die Methode des Ränderns . . . . .	209
3.4.	Das Verfahren der konjugierten Richtungen . . . . .	213
<b>4.</b>	<b>Iterationsverfahren</b> . . . . .	216
4.1.	Die Methode der sukzessiven Approximation . . . . .	216
4.2.	Transformation des Gleichungssystems . . . . .	218
4.3.	Die Methoden des steilsten Abstiegs und der minimalen Defekte . . . . .	222

---

<b>5.</b>	<b>Eigenwerte einer Matrix</b> .....	223
5.1.	Das Verfahren von Krylow .....	223
5.2.	Fehler bei der Nullstellenberechnung eines Polynoms .....	225
5.3.	Die unmittelbare Berechnung der Koeffizienten des charakteristischen Polynoms .....	227
	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	229
	<b>Symbolverzeichnis</b> .....	240
	<b>Namenverzeichnis</b> .....	241
	<b>Sachverzeichnis</b> .....	243