

## Inhaltsverzeichnis

I. GRUNDLEGENDE RECHENOPERATIONEN . . .	1
Digitale Rechenanlagen . . . . .	1
Festpunkt- und Gleitpunktrechnung . . . . .	1
Bezeichnungen . . . . .	3
Rundungsfehler bei Festpunktrechnung . . . . .	5
Akkumulierende Multiplikation bei Festpunktrechnung . . . . .	7
Rundungsfehler bei Gleitpunktrechnung . . . . .	9
Die Rundung bei Verwendung eines einfach langen Akkumulators . . . . .	13
Vergleich von Festpunkt- und Gleitpunktrechnung . . . . .	17
Zusammengesetzte Gleitpunktoperationen . . . . .	20
Verschärfung der Abschätzungen . . . . .	24
Summen und innere Produkte bei akkumulierender Gleitpunktrechnung . . . . .	28
Statistische Fehlerabschätzungen . . . . .	31
Blockskalierte Vektoren und Matrizen . . . . .	32
Grundsätzliche Beschränkungen beim Rechnen mit $t$ -Stellen . . . . .	34
Schlecht konditionierte Probleme . . . . .	35
Konditionszahlen . . . . .	36
Rundungsfehler während der Rechnung . . . . .	38
Anmerkungen . . . . .	41
II. DAS RECHNEN MIT POLYNOMEN . . . . .	43
Die Auswertung von Potenzreihen . . . . .	43
Festpunktdarstellung . . . . .	43
Gleitpunktdarstellung . . . . .	45
Nullstellenberechnung bei Funktionen, die durch Potenzreihen gegeben sind . . . . .	47
Polynome mit beliebigen Koeffizienten . . . . .	48
Die Kondition von Polynomen hinsichtlich der Bestimmung von Nullstellen . . . . .	49
Einige typische Verteilungen von Nullstellen . . . . .	52
Lineare Verteilung von Nullstellen . . . . .	52

Geometrische Verteilung . . . . .	55
Tschebyscheff-Polynome . . . . .	58
Der Einfluß der Kondition der Nullstellen von Polynomen	59
Bestimmung der Nullstellen . . . . .	61
Iterative Verfahren . . . . .	65
Der Einfluß von Rundungsfehlern beim Newtonschen Ver- fahren . . . . .	66
Einfache Beispiele . . . . .	68
Das Abdividieren von Nullstellen . . . . .	70
Die Fehler beim Abdividieren von Nullstellen . . . . .	70
Beispiele für das Abdividieren von Nullstellen . . . . .	74
Das Abdividieren von Nullstellen bei schlecht konditionier- ten Polynomen . . . . .	78
Allgemeine Bemerkungen zur Iteration und zum Abdivi- dieren . . . . .	80
Verbesserung mit dem ursprünglichen Polynom. . . . .	82
Andere iterative Verfahren . . . . .	83
Das Graeffe-Verfahren . . . . .	85
Vorwärtsuntersuchung des Graeffe-Verfahrens . . . . .	87
Der relative Fehler der berechneten Koeffizienten . . . . .	89
Numerisches Beispiel . . . . .	92
Verschlechterung der Kondition . . . . .	93
Allgemeine Bemerkungen zur Nullstellenberechnung bei Polynomen . . . . .	96
Anmerkungen . . . . .	98
III. DAS RECHNEN MIT MATRIZEN . . . . .	100
Einführung . . . . .	100
Vektor- und Matrizennormen . . . . .	101
Fehleruntersuchungen bei einfachen Matrixoperationen . . . . .	104
Matrixmultiplikation . . . . .	105
Matrixoperationen mit blockskalierender Arithmetik . . . . .	107
Gewöhnliche standardisierte blockskalierte Matrizen . . . . .	108
Orthogonalisierung von Vektoren . . . . .	109
Numerisches Beispiel . . . . .	110
Der allgemeine Fall. . . . .	113
Die Lösung linearer Gleichungssysteme und die Invertie- rung von Matrizen . . . . .	115
Das Runden der Elemente der Koeffizientenmatrix . . . . .	118
Fehleruntersuchung beim Gaußschen Eliminationsverfah- ren . . . . .	119
Die rechnerischen Gleichungen . . . . .	120

Abschätzungen bei Gleitpunktarithmetik . . . . .	122
Gaußsche Elimination mit Festpunktarithmetik. . . . .	125
Die Berechnung von Determinanten . . . . .	125
Die Auflösung eines gestaffelten Gleichungssystems bei Benutzung gewöhnlicher Gleitpunktarithmetik . . . . .	126
Die Genauigkeit der berechneten Lösung . . . . .	129
Die Lösung gestaffelter Gleichungssysteme unter Benutzung von Gleitpunktarithmetik mit akkumulierender Multi- plikation . . . . .	130
Die Invertierung einer Dreiecksmatrix. . . . .	131
Die Genauigkeit der Lösung eines gestaffelten Gleichungs- systems . . . . .	133
Die Auflösung eines beliebigen Gleichungssystems . . . . .	135
Die Invertierung beliebiger Matrizen . . . . .	138
Rechts- und Linksinverse . . . . .	139
Numerisches Beispiel . . . . .	140
Bemerkungen zu diesem Beispiel . . . . .	143
Die Zerlegung in Dreiecksmatrizen mit dem verkürzten Gaußschen Algorithmus . . . . .	146
Die Zerlegung in Dreiecksmatrizen mit Spaltenpivotsuche	147
Positiv definite Matrizen . . . . .	149
Numerisches Beispiel . . . . .	150
Anmerkungen zur Lösung . . . . .	152
Die Residuen bei Gleichungsauflösung mit blockskalieren- der Arithmetik . . . . .	153
Iterative Verbesserung der Lösung . . . . .	154
Die praktische Durchführung des Verfahrens . . . . .	156
Untersuchung der praktischen Rechenvorschrift . . . . .	158
Bemerkungen zur Genauigkeit der Lösung . . . . .	160
Die Verwendung einer Schätzung für $\ A^{-1}\ $ . . . . .	161
Abschätzung der berechneten Inversen . . . . .	162
Die Verwendung einer genäherten Inversen zur Gleichungs- auflösung . . . . .	164
Ein Iterationsverfahren, welches die genäherte Inverse benutzt . . . . .	167
Numerisches Beispiel . . . . .	168
Die Empfindlichkeit der Eigenwerte einer Matrix . . . . .	172
Die Empfindlichkeit eines einzelnen Eigenwertes . . . . .	175
Ein Beispiel mit schlecht konditionierten Eigenwerten . . . . .	177
Nachträgliche Abschätzung für den berechneten Eigenwert und Eigenvektor einer reellen symmetrischen Matrix. . . . .	178
Berechnung der Eigenvektoren einer symmetrischen Tri- diagonalmatrix . . . . .	180

Berücksichtigung der Rundungsfehler . . . . .	182
Berechnung der Eigenwerte einer unteren Hessenberg-Matrix. . . . .	188
Die Berechnung von $f(\lambda)$ mit akkumulierender Multiplikation . . . . .	190
Die Störung der Eigenwerte . . . . .	192
Numerisches Beispiel . . . . .	193
Anmerkungen . . . . .	197
LITERATUR . . . . .	201
SACHVERZEICHNIS . . . . .	204