

# INHALTSVERZEICHNIS

I. Grundlegende Begriffe der linearen Algebra . . . . .	11
§ 1. Matrizen . . . . .	11
§ 2. Spezielle Matrizen . . . . .	37
§ 3. Die Axiome eines linearen Raumes . . . . .	46
§ 4. Basis und Koordinaten . . . . .	50
§ 5. Unterräume . . . . .	55
§ 6. Lineare Operatoren . . . . .	63
§ 7. Jordansche Normalform . . . . .	79
§ 8. Die Struktur invarianter Unterräume . . . . .	93
§ 9. Orthogonalität von Vektoren und Unterräumen . . . . .	94
§ 10. Lineare Operatoren im unitären und im euklidischen Raum . . . . .	102
§ 11. Selbstadjungierte Operatoren . . . . .	108
§ 12. Quadratische Formen . . . . .	121
§ 13. Der Begriff des Grenzwertes in der linearen Algebra . . . . .	128
§ 14. Der Gradient eines Funktionals . . . . .	145
II. Exakte Verfahren zur Lösung eines Systems linearer Gleichungen . . . . .	148
§ 15. Kondition von Matrizen . . . . .	149
§ 16. Das Gaußsche Verfahren . . . . .	159
§ 17. Berechnung von Determinanten . . . . .	170
§ 18. Verketteter Algorithmus zur Lösung eines inhomogenen linearen Gleichungssystems . . . . .	173
§ 19. Zusammenhang des Gaußschen Verfahrens mit der Zerlegung einer Matrix in Faktoren . . . . .	175
§ 20. Die Methode der Quadratwurzeln . . . . .	181
§ 21. Invertierung von Matrizen . . . . .	184
§ 22. Die Eliminationsaufgabe . . . . .	188
§ 23. Verbesserung der Elemente einer inversen Matrix . . . . .	198
§ 24. Invertierung von Matrizen durch Zerlegung in Blöcke . . . . .	201
§ 25. Die Methode des Ränderns . . . . .	203
§ 26. Die Escalatormethode . . . . .	208
§ 27. Die Methode von PURCELL (Vektormethode) . . . . .	212
§ 28. Ergänzungsverfahren zur Invertierung von Matrizen . . . . .	215
III. Iterationsmethoden zur Lösung linearer Gleichungssysteme . . . . .	221
§ 29. Prinzipien zur Konstruktion von Iterationsverfahren . . . . .	221
§ 30. Das Verfahren der sukzessiven Approximation . . . . .	224
§ 31. Umformung eines Gleichungssystems auf ein anderes, das für die Anwendung des Verfahrens der sukzessiven Approximation geeignet ist. Das Gesamtschrittverfahren . . . . .	231
§ 32. Einzelschrittverfahren . . . . .	237
§ 33. Die Methode von NEKRASSOW . . . . .	243
§ 34. Vollständige Relaxation . . . . .	249

§ 35. Unvollständige Relaxation . . . . .	251
§ 36. Untersuchung der Iterationsmethoden für dreidiagonale Systeme mit Blockmatrizen . . . . .	256
§ 37. Konvergenzsätze . . . . .	263
§ 38. Regulierte Relaxation . . . . .	267
§ 39. Relaxation nach der Länge des Defektvektors . . . . .	272
§ 40. Gruppenrelaxation . . . . .	274
IV. Das vollständige Eigenwertproblem . . . . .	277
§ 41. Stabilität des Eigenwertproblems . . . . .	279
§ 42. Das Verfahren von A. N. KRYLOW . . . . .	283
§ 43. Bestimmung der Eigenvektoren nach der Krylowschen Methode . . . . .	292
§ 44. Das Verfahren von HESSENBERG . . . . .	294
§ 45. Das Verfahren von SAMUELSON . . . . .	302
§ 46. Das Verfahren von A. M. DANILEWSKI . . . . .	305
§ 47. Das Verfahren von LEVERRIER und die Modifikation von D. K. FADDEJEW . . . . .	317
§ 48. Die Escalatormethode . . . . .	322
§ 49. Die Interpolationsmethode . . . . .	331
§ 50. Orthogonalisierung der aufeinanderfolgenden Iterierten . . . . .	337
§ 51. Transformation einer symmetrischen Matrix auf eine Matrix mit drei Diagonalen durch Rotationen . . . . .	340
§ 52. Verbesserung näherungsweise Lösungen des vollständigen Eigenwertproblems . . . . .	351
V. Das teilweise Eigenwertproblem . . . . .	356
§ 53. Bestimmung des betragsgrößten Eigenwertes einer Matrix durch sukzessive Iteration . . . . .	357
§ 54. Konvergenzverbesserung der Potenzmethode . . . . .	375
§ 55. Modifikation der Potenzmethode . . . . .	381
§ 56. Anwendung der Potenzmethode zur Ermittlung mehrfacher Eigenwerte . . . . .	389
§ 57. Treppeniteration . . . . .	392
§ 58. Das Verfahren der $\lambda$ -Differenzen . . . . .	402
§ 59. Das Abspaltungsverfahren . . . . .	405
§ 60. Das Reduktionsverfahren . . . . .	409
§ 61. Koordinatenrelaxation . . . . .	412
§ 62. Verbesserung der Näherung eines einzelnen Eigenwertes und des zugehörigen Eigenvektors . . . . .	420
VI. Die Methode der Minimaliteration und andere (Orthogonalisierungs-) Methoden . . . . .	429
§ 63. Die Methode der Minimaliteration . . . . .	429
§ 64. Biorthogonalisierungsalgorithmus . . . . .	442
§ 65. Die Methode der $A$ -Minimaliteration . . . . .	455
§ 66. $A$ -Biorthogonalisierungsalgorithmus . . . . .	462
§ 67. Zweigliedrige Formeln der Minimaliteration und des Biorthogonalisierungsalgorithmus . . . . .	464
§ 68. Verfahren konjugierter Richtungen und deren gemeinsame Eigenschaften . . . . .	472
§ 69. Gewisse Methoden konjugierter Richtungen . . . . .	477
VII. (Iterative) Gradientenmethoden . . . . .	495
§ 70. Die Methode des stärksten Abstiegs zur Lösung linearer Gleichungssysteme . . . . .	496
§ 71. Gradientenmethode mit minimalem Defekt . . . . .	506
§ 72. Gradientenmethoden mit unvollständiger Relaxation . . . . .	507

§ 73. Die $s$ -schrittigen Gradientenmethoden des stärksten Abstiegs . . . . .	514
§ 74. Bestimmung des größten Eigenwertes und des zugehörigen Eigenvektors einer symmetrischen Matrix durch Gradientenmethoden . . . . .	522
§ 75. Lösung des teilweisen Eigenwertproblems mit Hilfe der Polynome von LANCZOS . . . . .	537
§ 76. Das $s$ -schrittige Verfahren des stärksten Anstiegs . . . . .	541
<b>VIII. Iterationsmethoden zur Lösung des vollständigen Eigenwertproblems . . . . .</b>	<b>551</b>
§ 77. Der Quotienten-Differenzalgorithmus ( $QD$ -Algorithmus) . . . . .	551
§ 78. Die Dreiecksiteration . . . . .	567
§ 79. Der $LR$ -Algorithmus . . . . .	573
§ 80. Der $AP$ -Algorithmus . . . . .	579
§ 81. Jacobische Verfahren . . . . .	581
§ 82. Dreiecks-Orthogonalmatrizenverfahren . . . . .	595
§ 83. Lösung des vollständigen Eigenwertproblems für beliebige komplexe Matrizen . . . . .	606
§ 84. Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $AA'$ . . . . .	612
§ 85. Polare Zerlegung einer Matrix . . . . .	614
§ 86. Lösung des vollständigen Eigenwertproblems durch Spektralanalyse der aufeinanderfolgenden Iterierten . . . . .	621
<b>IX. Universelle Algorithmen . . . . .</b>	<b>627</b>
§ 87. Das Prinzip der Komponentendämpfung . . . . .	627
§ 88. Das Ljusterniksche Verfahren zur Konvergenzbeschleunigung bei der sukzessiven Approximation der Lösung eines linearen Gleichungssystems. . . . .	631
§ 89. Komponentendämpfung durch Polynome niedrigsten Grades . . . . .	632
§ 90. Verschiedene Durchführungsmöglichkeiten für universelle Algorithmen . . . . .	636
§ 91. Ein im Sinne der ersten Forderung optimaler universeller Algorithmen . . . . .	641
§ 92. Ein im Sinne der zweiten Forderung optimaler universeller Algorithmen . . . . .	645
§ 93. Das Abramowsche Verfahren zur Konvergenzbeschleunigung bei der sukzessiven Approximation der Lösung eines linearen Gleichungssystems. . . . .	647
§ 94. $BT$ -Prozesse . . . . .	649
§ 95. Allgemeine dreigliedrige Iterationsprozesse . . . . .	652
§ 96. Universeller Algorithmus von LANCZOS . . . . .	658
§ 97. Im Mittel optimale universelle Algorithmen . . . . .	661
§ 98. Das Verfahren der Komponentendämpfung im Komplexen . . . . .	664
§ 99. Verwendung der konformen Abbildung zur Lösung linearer Systeme . . . . .	667
§ 100. Beispiele von $S$ -universellen Algorithmen . . . . .	675
§ 101. Das Verfahren der konformen Abbildung für ein nicht umgeformtes Gleichungssystem . . . . .	679
§ 102. Das Prinzip der Komponentendämpfung zur Lösung des teilweisen Eigenwertproblems . . . . .	686
§ 103. Benutzung der konformen Abbildung zur Lösung des teilweisen Eigenwertproblems . . . . .	687
Schlußbemerkungen . . . . .	690
Literaturverzeichnis . . . . .	693
Anhang. Die Methode der sukzessiven Gauß-Jordan-Elimination, das Austauschverfahren, zur Invertierung, Rangbestimmung, Gleichungsauflösung und Determinantenberechnung . . . . .	765
Namen- und Sachverzeichnis . . . . .	776