

INHALTSÜBERSICHT

1. Das Rechnen mit Tischrechenmaschinen

1.1.	Die Hauptbestandteile einer Tischrechenmaschine	1
1.1.1.	Das Einstellwerk	1
1.1.2.	Zählwerke	2
1.1.3.	Das Resultatwerk	4
1.1.4.	Das Umdrehungszählwerk	6
1.1.5.	Antriebsvorrichtungen	6
1.2.	Die Durchführung der Grundrechnungsarten mit der Maschine	7
1.2.1.	Symbole für die Arbeitsvorgänge	7
1.2.2.	Addition und Subtraktion	7
1.2.3.	Multiplikation	8
1.2.4.	Lineare Verbindungen (Skalarprodukte)	9
1.2.5.	Division	10
1.2.6.	Division und Multiplikation im Wechsel	12
1.3.	Das Ausziehen der Quadratwurzel	13
1.3.1.	Das Toeplersche Subtraktionsverfahren	13
1.3.2.	Ein Iterationsverfahren	15

2. Der Rechenstab

2.1.	Grundeigenschaften von Skalen (Funktionsleitern)	19
2.1.1.	Allgemeine Struktur	19
2.1.2.	Unterteilung	20
2.1.3.	Leiterfunktion	20
2.1.4.	Lineare Leiter	22
2.1.5.	Logarithmische Leiter	22
2.2.	Der Rechenstab als Doppelleitersystem	23
2.2.1.	Doppelleitern	23
2.2.2.	Das feste Doppelleitersystem des gewöhnlichen logarithmischen Rechenstabes	24
2.2.3.	Das Doppelleitersystem des Rechenstabes „Darmstadt“	28
2.3.	Das Rechnen mit dem Rechenstab	30
2.3.1.	Der grundlegende Arbeitsgang	30
2.3.2.	Erweiterung	32
2.3.3.	Verwendung der logarithmischen Reziprokenskala	33
2.3.4.	Einige vermischte Aufgaben	34

3. Funktionentafeln

3.1.	Aufbau und Eigenschaften von Funktionentafeln	37
3.1.1.	Unterteilung	37

3.1.2.	Stellenzahl	38
3.1.3.	Anordnung	38
3.2.	Lineare Interpolation	41
3.2.1.	Tafeldifferenz	41
3.2.2.	Reduzierte Tafeldifferenz	41
3.2.3.	Direkte lineare Interpolation	42
3.2.4.	Inverse lineare Interpolation	44
3.2.5.	Lineare Interpolation zwischen zwei Funktionen	44
3.2.6.	Genauigkeitsfragen	45
4.	Rechenpläne, Rechenschemata und Nomogramme	
4.1.	Rechenpläne	48
4.1.1.	Formelketten	49
4.1.2.	Zyklische Rechengänge	51
4.1.3.	Rechenschemata	53
4.2.	Nomogramme	53
5.	Einführung in die Näherungsrechnung	
5.1.	Grundsätzliches zum numerischen Rechnen	56
5.2.	Grundbegriffe der Fehlerrechnung	57
5.2.1.	Genauer Wert und Näherungswert, Schranken, Spielraum und Ungenauigkeitsmaß	57
5.2.2.	Fehler und Korrektur	58
5.2.3.	Größter Fehlerbetrag	59
5.3.	Relativer Fehler	60
5.3.1.	Schranken für den Betrag des relativen Fehlers	60
5.3.2.	Allgemeine Schranken für $\varrho(x)$	61
5.3.3.	Umkehrung der Aufgabe	61
5.3.4.	Anwendbarkeit des relativen Fehlers	62
5.4.	Abgekürzte Dezimalzahlen	64
5.4.1.	Abbrechen	64
5.4.2.	Runden	64
5.4.3.	Runden mit Angabe des Korrekturzeichens	66
5.4.4.	Runden von Schranken	66
5.4.5.	Bedeutsame Stellen	66
5.4.6.	Relativer Rundungsfehler	67
5.4.7.	Das Runden von Näherungswerten. Numerische Gleichheit	67
5.5.	Das Problem des Rechnens mit ungenauen Zahlen	71
5.5.1.	Grundsätzliches zur Fehlerabschätzung	72
5.5.2.	Ein Beispiel	72
5.6.	Addition und Subtraktion mit ungenauen Zahlen	74
5.6.1.	Eingangsbedingter Fehler einer Summe	74
5.6.2.	Differenz zweier positiver Zahlen	74
5.6.3.	Praktische Hinweise	75
5.6.4.	Schutzstellen	77
5.6.5.	Relativer Fehler einer Summe	78
5.6.6.	Kleine Differenzen großer Zahlen	79

- 5.7. Abschätzung des eingangsbedingten Fehlers bei nichtlinearen Funktionen einer Veränderlichen 81
 - 5.7.1. Anwendung des Mittelwertsatzes 82
 - 5.7.2. Genäherte Abschätzung mit dem Differential 83
 - 5.7.3. Fehler höherer Ordnung 83
 - 5.7.4. Beispiele 84
 - 5.7.5. Ablesegenauigkeit auf Leitern 85
- 5.8. Abschätzung des eingangsbedingten Fehlers bei mehreren Eingangsgrößen 88
 - 5.8.1. Anwendung des Mittelwertsatzes 88
 - 5.8.2. Genäherte Abschätzung mittels des totalen Differentials 90
 - 5.8.3. Fehler zweiter Ordnung 90
 - 5.8.4. Beispiel 91
- 5.9. Multiplikation und Division mit ungenauen Zahlen 92
 - 5.9.1. Produkte aus zwei Faktoren 92
 - 5.9.2. Relativer Fehler eines Produktes aus beliebig vielen Faktoren 93
 - 5.9.3. Quotient 94
 - 5.9.4. Potenzprodukte 95
 - 5.9.5. Skalarprodukte 96
- *5.10. Fehlerabschätzung bei Formelketten 98
- 5.11. Näherungsfunktionen 102
 - 5.11.1. Zur Fehlerabschätzung 102
 - 5.11.2. Reihenentwicklung 103
 - 5.11.3. Taylor-Prinzip 105
 - 5.11.4. Mehrstellenprinzip 106
 - 5.11.5. Prinzip der Fehlerquadratmethoden 108
 - 5.11.6. Prinzip möglichst kleiner Maximalabweichung 109

6. Das Rechnen mit Polynomen

- 6.1. Divisionsverfahren: das Horner'sche Schema und seine Erweiterungen 111
 - 6.1.1. Berechnung des Wertes eines Polynoms und seiner Ableitungen an einer bestimmten Stelle x_0 112
 - 6.1.2. Übergang von der Normalform zur NEWTON'schen Entwicklung (und umgekehrt) bei gegebenen Stützstellen 118
 - 6.1.3. Berechnung des Polynoms für einen komplexen Argumentwert. Doppelzeiliges Horner'sches Schema 122
 - 6.1.4. Allgemeines Divisionsverfahren für Polynome 125
- 6.2. Dividierte Differenzen und Steigungen 132
 - 6.2.1. Stützpolynome und Differenzprodukte der Stützstellen 132
 - 6.2.2. Definition der dividierten Differenzen (Steigungen) 133
 - 6.2.3. Symmetrie 135
 - 6.2.4. Rekursionsformel 135
 - 6.2.5. Steigungsspiegel 136
 - 6.2.6. Steigungen von Polynomen bei variabler Stützstelle 137
 - 6.2.7. Steigungen und Ableitungen einer Funktion 139
 - 6.2.8. Linearität 140
 - 6.2.9. Steigung eines Produktes von Funktionen 141

6.3.	Interpolationspolynome für beliebige Stützstellenfolgen	142
6.3.1.	Die Interpolationsaufgabe	142
6.3.2.	Das Interpolationspolynom nach LAGRANGE	143
6.3.3.	Das Interpolationspolynom nach NEWTON	145
6.3.4.	Lokale Interpolation mit dem Steigungsspiegel	148
6.3.5.	Berechnung von Ableitungswerten des Interpolationspolynoms mit dem Steigungsspiegel und Hermitesche Interpolation	150
6.3.6.	Lokale Interpolation nach AITKEN	156
6.3.7.	Interpolationsfehler	161
6.4.	Differenzenrechnung	164
6.4.1.	Differenzen und Differenzenschema	164
6.4.2.	Beziehungen zwischen den Differenzen verschiedener Ordnung	167
6.4.3.	Fehlerfortpflanzung im Differenzenschema	170
6.4.4.	Beziehungen zwischen Differenzen und Steigungen	174
6.4.5.	Anwendung auf Polynome	175
6.4.6.	Symbolische Differenzenrechnung mit Operatoren	179
6.5.	Interpolationspolynome für gleichabständige Stützstellen	185
6.5.1.	Vorgreifende Interpolationsformel von GREGORY-NEWTON	185
6.5.2.	Umordnung der Stützstellen	187
6.5.3.	Spezielle Interpolationsformeln	190
6.5.4.	Restglied und Interpolationsfehler	199
6.5.5.	Untertafelung	202
6.5.6.	Inverse Interpolation	205
6.5.7.	Einige praktische Hinweise	210
6.5.8.	Weitergehende Fragen	216
	Literaturverzeichnis	217
	Namen- und Sachverzeichnis	219