

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	III
I. Grundbegriffe	
1. Algorithmen und Fehlerfortpflanzung	1
1.1. Algorithmen	1
1.2. Realisierung von Algorithmen	2
1.3. Die Beurteilung von Algorithmen	2
1.4. Aufgaben und Ergänzungen	3
2. Matrizen	4
2.1. Bezeichnungen	4
2.2. Matrizenprodukte	5
2.3. Das Schema von Falk	6
2.4. Rang und Determinante	7
2.5. Norm und Konvergenz	8
2.6. Aufgaben und Ergänzungen	9
II. Lineare Gleichungen und Ungleichungen	
3. Der Algorithmus von Gauß	10
3.1. Rückwärtseinsetzen	10
3.2. Der Algorithmus von Gauß	11
3.3. Pivotsuche	12
3.4. Aufgaben und Ergänzungen	13
4. Die LR-Zerlegung	14
4.1. Die LR-Zerlegung von A	14
4.2. LR-Zerlegung mit Pivotsuche	15
4.3. Lineare Gleichungssysteme	16
4.4. Aufgaben und Ergänzungen	17
5. Das Austauschverfahren	18
5.1. Variablentausch	18
5.2. Schema und Algorithmus	19
5.3. Inversion	20
5.4. Lineare Gleichungen	21
5.5. Aufgaben und Ergänzungen	23

6.	Die Cholesky-Zerlegung	23
6.1.	Symmetrische Zerlegung	23
6.2.	Existenz und Eindeutigkeit	25
6.3.	Symmetrische lineare Gleichungssysteme	25
6.4.	Nachiteration	26
6.5.	Aufgaben und Ergänzungen	27
7.	Die QR-Zerlegung	28
7.1.	Die Householdertransformation	28
7.2.	Der Algorithmus von Householder	28
7.3.	Lineare Gleichungssysteme	30
7.4.	Aufgaben und Ergänzungen	31
8.	Relaxation	32
8.1.	Koordinatenrelaxation	32
8.2.	Konvergenz bei diagonaldominanten Matrizen	34
8.3.	Das Minimumproblem	35
8.4.	Konvergenz bei symmetrischen, positiv definiten Matrizen	37
8.5.	Geometrische Deutung	37
8.6.	Aufgaben und Ergänzungen	38
9.	Lineares Ausgleichen	39
9.1.	Überbestimmte lineare Gleichungssysteme	39
9.2.	Die Verwendung der QR-Zerlegung	40
9.3.	Anwendung	40
9.4.	Unterbestimmte lineare Gleichungssysteme	42
9.5.	Anwendung	43
9.6.	Geometrische Deutung und Dualität	43
9.7.	Aufgaben und Ergänzungen	44
10.	Lineare Optimierung	45
10.1.	Lineare Ungleichungen und lineares Programm	45
10.2.	Eckentausch und Simplexverfahren	46
10.3.	Elimination	48
10.4.	Ausgleichen nach Tschebyscheff	50
10.5.	Aufgaben und Ergänzungen	51
III. Iteration		
11.	Vektoriteration	53
11.1.	Das Eigenwertproblem für Matrizen	53
11.2.	Die Modalmatrix	54
11.3.	Vektoriteration nach von Mises	54
11.4.	Inverse Iteration	56
11.5.	Verbesserung einer Näherung	58
11.6.	Aufgaben und Ergänzungen	59

12.	Der LR-Algorithmus	59
12.1.	Der Algorithmus von Rutishauser	59
12.2.	Der Konvergenzbeweis	60
12.3.	Betragsgleiche Eigenwertpaare	62
12.4.	Aufgaben und Ergänzungen	63
13.	Eindimensionale Iteration	64
13.1.	Kontrahierende Abbildungen	64
13.2.	Fehlerabschätzungen	65
13.3.	Konvergenzgeschwindigkeit	66
13.4.	Das Δ^2 -Verfahren von Aitken	67
13.5.	Geometrische Konvergenzbeschleunigung	68
13.6.	Nullstellen	69
13.7.	Aufgaben und Ergänzungen	70
14.	Mehrdimensionale Iteration	71
14.1.	Kontrahierende Abbildungen	71
14.2.	Konvergenzgeschwindigkeit	72
14.3.	Konvergenzbeschleunigung	72
14.4.	Nullstellen von Systemen	73
14.5.	Aufgaben und Ergänzungen	73
15.	Nullstellen von Polynomen	74
15.1.	Das Horner-Schema	74
15.2.	Das erweiterte Horner-Schema	75
15.3.	Einfache Nullstellen	76
15.4.	Das Verfahren von Bairstow	77
15.5.	Das erweiterte Horner-Schema für quadratische Faktoren	78
15.6.	Aufgaben und Ergänzungen	79
16.	Das Verfahren von Bernoulli	80
16.1.	Lineare Differenzgleichungen	80
16.2.	Matrixschreibweise	80
16.3.	Das Verfahren von Bernoulli	81
16.4.	Inverse Iteration	82
16.5.	Aufgaben und Ergänzungen	83
17.	Das QD-Schema	84
17.1.	Der LR-Algorithmus für tridiagonale Matrizen	84
17.2.	Das QD-Schema für Polynome	86
17.3.	Betragsgleiche Wurzelpaare	87
17.4.	Aufgaben und Ergänzungen	88

IV. Interpolation und diskrete Approximation

18. Interpolation	89
18.1. Interpolationspolynome	89
18.2. Lagrange-Polynome	90
18.3. Lagrange-Interpolation	91
18.4. Newton-Interpolation	93
18.5. Mehrdimensionale Interpolation	94
18.6. Das Lemma von Aitken	95
18.7. Das Schema von Neville	96
18.8. Aufgaben und Ergänzungen	98
19. Diskrete Approximation	98
19.1. Die Taylorentwicklung	98
19.2. Das Stützpolynom	99
19.3. Tschebyscheff-Approximation	101
19.4. Tschebyscheff-Polynome	102
19.5. Die Minimumeigenschaft	103
19.6. Entwicklung nach Tschebyscheff-Polynomen	104
19.7. Das Ökonomisieren eines Polynoms	105
19.8. Die Methode der kleinsten Quadrate	105
19.9. Die Orthogonalität der Tschebyscheff-Polynome	106
19.10. Aufgaben und Ergänzungen	107
20. Bézierpolynome	108
20.1. Bernsteinpolynome	108
20.2. Bézier-Polynome	109
20.3. Die Konstruktion von Punkt und Tangente	110
20.4. Bézier-Flächen	112
20.5. Aufgaben und Ergänzungen	113
21. Splines und Subsplines	114
21.1. Bézier-Kurven	114
21.2. Differenzierbarkeitsbedingungen	115
21.3. Kubische Splines und Subsplines	116
21.4. Die Minimaleigenschaft	118
21.5. Aufgaben und Ergänzungen	119

V. Numerische Differentiation und Integration

22. Numerische Differentiation und Integration	120
22.1. Differentiation des Stützpolynoms	120
22.2. Fehlerabschätzung für die numerische Differentiation	121
22.3. Integration des Stützpolynoms	122
22.4. Summation	124
22.5. Fehlerabschätzung für die numerische Integration	125
22.6. Aufgaben und Ergänzungen	126

23.	Extrapolation	127
23.1.	Näherungsfolgen	127
23.2.	Richardson-Extrapolation	128
23.3.	Wiederholte Richardson-Extrapolation	129
23.4.	Romberg-Integration	130
23.5.	Aufgaben und Ergänzungen	131
24.	Einschrittverfahren für Differentialgleichungen	132
24.1.	Diskretisierung	132
24.2.	Der Diskretisierungsfehler	133
24.3.	Die Verfahren von Runge-Kutta	135
24.4.	Paare von Runge-Kutta-Verfahren	138
24.5.	Schrittweitensteuerung	138
24.6.	Aufgaben und Ergänzungen	139
25.	Lineare Mehrschrittverfahren für Differentialgleichungen	141
25.1.	Diskretisierung	141
25.2.	Die Konvergenz eines Mehrschrittverfahrens	143
25.3.	Die Wurzelbedingung	143
25.4.	Hinreichende Konvergenzbedingung	144
25.5.	Die Anlaufrechnung	146
25.6.	Prediktor-Korrektor Verfahren	147
25.7.	Die Schrittweitensteuerung	148
25.8.	Vergleich von Einschritt- und Mehrschrittverfahren	149
25.9.	Aufgaben und Ergänzungen	149
Sachregister		151