

# TABLE DES MATIÈRES

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| Présentation de la collection ..... | v   |
| Préface .....                       | vii |

## PREMIÈRE PARTIE

### *Analyse numérique matricielle*

|   |    |
|---|----|
| <b>1. Rappels et compléments sur les matrices</b> .....                                     | 3  |
| Introduction .....  | 3  |
| 1.1. Principales notations et définitions .....   | 3  |
| 1.2. Réduction des matrices .....   | 8  |
| 1.3. Propriétés particulières aux matrices symétriques et hermitiennes .....                | 11 |
| 1.4. Normes vectorielles et normes matricielles .....                                       | 14 |
| 1.5. Suites de vecteurs et de matrices .....  | 21 |
| <b>2. Généralités sur l'analyse numérique matricielle</b> .....                             | 23 |
| Introduction .....  | 23 |
| 2.1. Les deux problèmes fondamentaux : généralités sur les méthodes employées .....         | 23 |
| 2.2. Conditionnement d'un système linéaire .....  | 27 |
| 2.3. Conditionnement d'un problème de valeurs propres .....                                 | 34 |
| <b>3. Origine des problèmes de l'analyse numérique matricielle</b> .....                    | 37 |
| Introduction .....  | 37 |
| 3.1. La méthode des différences finies pour un problème aux limites en dimension un .....   | 38 |
| 3.2. La méthode des différences finies pour un problème aux limites en dimension deux ..... | 45 |
| 3.3. La méthode des différences finies pour les problèmes aux limites d'évolution .....     | 48 |
| 3.4. Approximation variationnelle d'un problème aux limites en dimension un .....           | 53 |
| 3.5. Approximation variationnelle d'un problème aux limites en dimension deux .....         | 60 |
| 3.6. Problèmes de valeurs propres .....   | 62 |
| 3.7. Problèmes d'interpolation et d'approximation .....                                     | 66 |
| <b>4. Méthodes directes de résolutions de systèmes linéaires</b> .....                      | 71 |
| Introduction .....  | 71 |
| 4.1. Deux remarques concernant la résolution des systèmes linéaires .....                   | 72 |
| 4.2. La méthode de Gauss .....  | 73 |
| 4.3. La factorisation LU d'une matrice .....  | 82 |
| 4.4. La factorisation et la méthode de Cholesky .....                                       | 87 |
| 4.5. La factorisation QR d'une matrice et la méthode de Householder .....                   | 90 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>5. Méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires</b> .....       | 95  |
| Introduction .....   | 95  |
| 5.1. Généralités sur les méthodes itératives .....                             | 95  |
| 5.2. Description des méthodes de Jacobi, de Gauss-Seidel, de relaxation ....   | 97  |
| 5.3. Convergence des méthodes de Jacobi, de Gauss-Seidel, de relaxation ....   | 102 |
| <b>6. Méthodes de calcul des valeurs propres et des vecteurs propres</b> ..... | 110 |
| Introduction .....   | 110 |
| 6.1. La méthode de Jacobi .....  | 111 |
| 6.2. La méthode de Givens-Householder .....                                    | 118 |
| 6.3. La méthode QR .....   | 123 |
| 6.4. Calcul des vecteurs propres .....   | 129 |

## DEUXIÈME PARTIE

### *Optimisation*

|   |     |
|---|-----|
| <b>7. Rappels et compléments de calcul différentiel. Premières applications</b> .....                   | 135 |
| Introduction .....  | 135 |
| 7.1. Dérivées première et seconde d'une application .....   | 137 |
| 7.2. Extremums des fonctions réelles: multiplicateurs de Lagrange .....                                 | 146 |
| 7.3. Extremums des fonctions réelles: prise en compte des dérivées secondes .                           | 151 |
| 7.4. Extremums des fonctions réelles: prise en compte de la convexité .....                             | 153 |
| 7.5. La méthode de Newton .....   | 158 |
| <b>8. Généralités sur l'optimisation. Premiers algorithmes</b> .....                                    | 167 |
| Introduction .....  | 167 |
| 8.1. Le théorème de projection; premières conséquences .....  | 168 |
| 8.2. Généralités sur les problèmes d'optimisation .....   | 173 |
| 8.3. Exemples de problèmes d'optimisation .....   | 179 |
| 8.4. Méthodes de relaxation et de gradient pour des problèmes sans contraintes .....                    | 182 |
| 8.5. Méthodes de gradient conjugué pour des problèmes sans contraintes ...                              | 194 |
| 8.6. Méthodes de relaxation, de gradient, et de pénalisation, pour des problèmes avec contraintes ..... | 201 |
| <b>9. Introduction à la programmation non linéaire</b> .....  | 207 |
| Introduction .....  | 207 |
| 9.1. Lemme de Farkas-Minkowski .....  | 208 |
| 9.2. Les relations de Kuhn et Tucker .....  | 211 |
| 9.3. Lagrangiens et points-selles. Introduction à la dualité .....                                      | 219 |
| 9.4. La méthode d'Uzawa .....   | 226 |
| <b>10. Programmation linéaire</b> .....   | 231 |
| Introduction .....  | 231 |
| 10.1. Généralités sur la programmation linéaire .....   | 232 |
| 10.2. Exemples de problèmes de programmation linéaire .....   | 235 |
| 10.3. La méthode du simplexe .....  | 237 |
| 10.4. Dualité et programmation linéaire .....   | 252 |
| <b>Commentaires bibliographiques</b> .....  | 259 |
| <b>Références</b> .....   | 262 |
| <b>Principales notations utilisées</b> .....  | 266 |
| <b>Index</b> .....  | 271 |