

## Inhalt

0	Einleitung	11
1	Kubische Spline-Funktionen	17
1.1	Definition und Darstellung kubischer Spline-Funktionen	17
1.2	Der kubische Interpolationsspline	18
1.3	Einige Konvergenzeigenschaften von Splines	25
1.4	Charakterisierung kubischer Splines durch ein Extremalproblem	31
2	Grundlagen	35
2.1	Aus der Lebesgueschen Integrationstheorie Das Lebesguesche Maß in $\mathbb{R}^{*n}$ , Lebesgue-meßbare Funktionen, Definition des Lebesgue-Integrals, Eigenschaften des Lebesgue-Integrals, die $L^p$ -Räume	35
2.2	Aus der Hilbertraum-Theorie	49
2.3	Aus der Theorie der linearen Differentialgleichungen	53
2.4	Aus der Differenzenrechnung	56
3	Hilfsmittel	62
3.1	Abgeschlossenheitsaussagen	62
3.2	Sobolev-Räume	72
3.3	Verallgemeinerte Lösungen linearer Differentialgleichungen	83
4	Splines in Hilberträumen (H-Splines)	88
4.1	Existenz und Charakterisierung von Splines	88
4.2	Der Fall $N_A \cap N_T = \{0\}$	99
4.3	Verallgemeinerungen	106
5	Lg-Splines	110
5.1	Lg-Splines	110
5.2	Polynomsplines	122
5.3	Periodische Splines	125
5.4	Lg $_{\infty}$ -Splines	130
5.5	Polynom- und B-Splines der Ordnung k	134
6	Konstruktion und Berechnung von Interpolations- und Ausgleichsplines	162

6.1	Konstruktion von Interpolations- und Ausgleichssplines	162
6.2	Endliche und numerisch günstige Gleichungssysteme	169
6.3	Spline-Berechnung mit B-Splines	176
6.4	Spline-Berechnung durch "Übertragen" von Gleichungen	189
7	Approximation linearer Funktionale	195
7.1	Approximation im Sinn von Sard	195
7.2	Approximation im Sinn von Laurent-Sard	203
8	Fehlerabschätzungen bei exakter und näherungs- weiser Interpolation	209
8.1	Fehlerabschätzungen bis zur Ordnung $m-1$	209
8.2	Fehlerabschätzungen bis zur Ableitungsordnung $2m-1$	214
8.3	Asymptotisches Fehlerverhalten	220
8.4	Fehlerabschätzungen bei näherungsweise Interpolation und für $f \in C^k[a,b]$ .	223
9	Monosplines und optimale Quadraturformeln	236
9.1	Zusammenhang zwischen Monosplines und Quadraturformeln	236
9.2	Optimale Quadraturformeln im Sinn von Newton und Cotes	242
9.3	Optimale Quadraturformeln im Sinn von Sard	244
9.4	Beispiele optimaler Quadraturformeln	247
10	Numerische Behandlung von Anfangswertproblemen mit Splines	252
10.1	Approximation durch "glatte" Splines	253
10.2	Approximation durch Hermite-Splines und Splines in $C^1[a,b]$	255
11	Numerische Behandlung von Randwertproblemen mit Splines	262
11.1	Theoretische Grundlagen, verallgemeinerte Lösungen	262
11.2	Rayleigh-Ritz-Galerkin-Verfahren, Fehlerabschätzungen für die Sobolev-Norm	264
11.3	Verbesserte Fehlerabschätzungen	267
11.4	Kollokations-Methode	270
12	Numerische Behandlung von Eigenwertproblemen mit Splines	277
12.1	Theoretische Grundlagen	277
12.2	Rayleigh-Ritz-Methoden	279