

Inhaltsverzeichnis

| | |
|-----------------------------------|-------|
| Vorwort zur ersten Auflage | XVI |
| Vorwort zur zweiten Auflage | XVIII |

I. Allgemeine Grundlagen

| | |
|---|---|
| A. Was ist Mathematik? | 1 |
| B. Die Sprache der Mathematik | 3 |
| C. Die verschiedenen Arten des mathematischen Beweises | 5 |
| D. Deduktion, Induktion und Intuition in der Mathematik | 6 |

II. Einführung der Zahlen

| | |
|---|----|
| A. Einige Betrachtungen aus der Mengenlehre | 7 |
| 1. Begriff der Menge und Operationen mit verschiedenen Mengen | 7 |
| 2. Relationen und Operationen innerhalb einer Menge | 7 |
| B. Natürliche Zahlen | 10 |
| 1. Definition und Darstellung | 10 |
| 2. Das Rechnen mit den natürlichen Zahlen | 11 |
| 3. Zahlentheorie | 13 |
| C. Negative Zahlen | 14 |
| D. Brüche | 15 |
| E. Irrationale Zahlen | 17 |
| F. Komplexe Zahlen | 18 |
| G. Einige abgeleitete Rechenregeln | 21 |
| 1. Das Rechnen mit Summen- und Produktzeichen | 21 |
| 2. Das Rechnen mit Ungleichungen | 23 |

III. Kombinatorik

| | |
|-------------------------------|----|
| A. Permutationen | 27 |
| B. Variationen | 29 |
| C. Kombinationen | 31 |
| D. Binomischer Lehrsatz | 33 |

IV. Matrizen, Determinanten, lineare Gleichungen

| | |
|--|----|
| A. Matrizen | 39 |
| B. Determinanten | 42 |
| 1. Definition | 42 |
| 2. Verfahren zur Berechnung von Determinanten niedriger Ordnung | 43 |
| 3. Laplacescher Entwicklungssatz | 44 |
| 4. Das Rechnen mit Determinanten | 45 |
| 5. Verfahren zur Berechnung von Determinanten beliebiger Ordnung | 47 |
| 6. Unterdeterminanten und Rang einer Matrix | 48 |
| 7. Lineare Abhängigkeit | 50 |
| C. Lineare Gleichungen | 52 |
| 1. Einleitung | 52 |
| 2. Inhomogene Gleichungssysteme | 53 |

| | |
|---|----|
| a) System gleich vieler Gleichungen und Unbekannter mit nicht verschwindender Koeffizientendeterminante | 53 |
| α) Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten S. 53; β) n Gleichungen mit n Unbekannten S. 55 | |
| b) Allgemeines inhomogenes Gleichungssystem | 58 |
| α) Bedingungen für die Lösbarkeit S. 58; β) Verfahren zum Auffinden der Lösungen S. 61 | |
| 3. Homogene Gleichungssysteme | 62 |
| a) Diskussion der Lösbarkeit | 62 |
| b) Sätze über Lösungen. Fundamentales Lösungssystem | 64 |
| c) Allgemeine Lösung des inhomogenen Systems | 65 |
| 4. Zusammenhang mit Vektorrechnung und analytischer Geometrie | 66 |

V. Gleichungen höheren Grades

| | |
|--|----|
| A. Gleichungen mit einer Unbekannten | 67 |
| 1. Übersicht über die Lösungsmethoden | 67 |
| 2. Allgemeine Betrachtungen über die Existenz und Eigenschaften der Lösungen | 68 |
| 3. Einige Betrachtungen über Polynome | 71 |
| B. Gleichungen mit mehreren Unbekannten | 71 |
| C. Algebraische und transzendente Zahlen. Konstruktion von Zahlen auf der Zahlengeraden | 72 |

VI. Unendliche Zahlenfolgen und Reihen

| | |
|---|----|
| A. Unendliche Zahlenfolgen | 75 |
| 1. Definition, Bezeichnungen und Beispiele | 75 |
| 2. Häufungswerte, Grenzwert, Konvergenz und Divergenz | 76 |
| 3. Konvergenzkriterien | 77 |
| 4. Das Rechnen mit Grenzwerten | 80 |
| B. Unendliche Reihen | 82 |
| 1. Definition, Bezeichnungen und Beispiele | 82 |
| 2. Reihenrest und Güte der Konvergenz | 84 |
| 3. Konvergenzkriterien | 85 |
| 4. Das Rechnen mit unendlichen Reihen | 89 |
| 5. Potenzreihen | 90 |
| C. Definition von Zahlen durch Reihen | 91 |

VII. Funktionen

| | |
|---|----|
| A. Erläuterung des Funktionsbegriffes | 95 |
| B. Funktionen einer Veränderlichen | 96 |
| 1. Darstellung | 96 |
| 2. Interpolation und Extrapolation | 97 |
| 3. Umkehrung und implizite Darstellung einer Funktion | 98 |

| | |
|--|------------|
| 4. Wichtige Begriffe zur Charakterisierung von Funktionen | 100 |
| 5. Diskussion einiger spezieller Funktionen | 102 |
| a) Algebraische Funktionen | 102 |
| b) Exponentialfunktionen | 104 |
| c) Logarithmusfunktionen | 106 |
| d) Kreisfunktionen | 108 |
| e) Zyklometrische Funktionen | 111 |
| f) Hyperbelfunktionen und ihre Umkehrungen | 112 |
| g) Einige weitere spezielle Funktionen | 113 |
| 6. Einführung des Begriffs der Stetigkeit | 115 |
| a) Allgemeine Definition der Stetigkeit | 115 |
| b) Gleichmäßige Stetigkeit | 117 |
| c) Grenzwerte, rechts- und linksseitige Stetigkeit | 117 |
| 7. Zuordnung von Funktionswerten mit Hilfe von Grenzwerten | 118 |
| 8. Sätze über stetige Funktionen | 120 |
| 9. Definition von Funktionen durch unendliche Reihen | 120 |
| C. Funktionen mehrerer Veränderlicher | 122 |
| 1. Darstellung | 122 |
| 2. Einige Betrachtungen über Definitionsbereiche | 126 |
| 3. Stetigkeit und gleichmäßige Stetigkeit | 127 |
| 4. Quadratische Formen | 127 |

VIII. Vektoralgebra

| | |
|--|------------|
| A. Definition des Skalars und des Vektors | 131 |
| B. Algebraische Operationen mit Vektoren | 132 |
| 1. Summe von Vektoren | 132 |
| 2. Differenz von Vektoren | 134 |
| 3. Zerlegung eines Vektors | 134 |
| 4. Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar | 135 |
| 5. Einheitsvektoren und Darstellung eines Vektors durch die Summe der aus den Komponenten gebildeten Vektoren | 135 |
| 6. Skalares Produkt | 136 |
| 7. Vektorielltes Produkt | 138 |
| 8. Mehrfache Produkte | 141 |
| C. Lineare Abhängigkeit und Darstellung in verschiedenen Räumen | 143 |
| 1. Lineare Abhängigkeit von Vektoren | 143 |
| 2. Darstellung eines Vektors mit Hilfe eines beliebigen Dreibeins | 145 |
| a) Allgemeines Dreibein | 145 |
| b) Orthonormiertes Dreibein | 149 |
| c) Transformationsgleichungen in Matrixform | 151 |
| d) Kovariante und kontravariante Komponenten | 152 |
| e) Betrag und skalares Produkt im allgemeinen Fall | 153 |
| D. Der n-dimensionale Vektorraum | 154 |

IX. Analytische Geometrie

| | |
|--|-----|
| A. Aufgaben der analytischen Geometrie | 159 |
| B. Beispiele für die analytische Darstellung von Kurven und Flächen | 159 |
| 1. Darstellung durch Gleichungen in x , y und z | 159 |
| a) Ebenes Koordinatensystem | 159 |
| b) Räumliches Koordinatensystem | 161 |
| 2. Parameterdarstellung | 167 |
| C. Abbildungen | 170 |
| 1. Begriff der Abbildung | 170 |
| 2. Diskussion einiger spezieller Abbildungen | 172 |
| a) Parallelverschiebung | 172 |
| b) Affine Abbildung mit festliegendem Koordinatenursprung | 173 |
| α) Eigenschaften der Abbildung S. 173; β) Aufeinanderfolge mehrerer Abbildungen S. 175; γ) Umkehrung der Abbildung S. 175; δ) Eigen- werte und Eigenvektoren S. 176 | |
| c) Drehung und Spiegelung als Sonderfall affiner Abbildungen | 180 |
| α) Eigenschaften der Abbildungsmatrizen S. 180; β) Aufsuchen der orthogonalen Matrizen zweiter Ordnung S. 182 | |
| d) Nichtlineare Abbildungen | 185 |
| 3. Systematische Unterteilung der Abbildungen; Erlanger Programm | 187 |
| D. Koordinatentransformationen | 189 |
| 1. Allgemeines | 189 |
| 2. Diskussion einiger spezieller Transformationen | 190 |
| a) Affine Transformationen mit festbleibendem Koordinatenursprung . | 190 |
| b) Drehung des Koordinatensystems als Sonderfall der affinen Trans- formation | 193 |
| c) Transformation auf krummlinige Koordinaten | 195 |
| 3. Änderung einer Abbildungsmatrix bei der Koordinatentransformation | 198 |
| a) Allgemeine Transformation. Invarianz der Spur | 198 |
| b) Diagonalisierung von Matrizen | 200 |
| E. Diskussion der allgemeinen Gleichung zweiten Grades. Hauptachsentrans- formation | 203 |

X. Differential- und Integralrechnung von Funktionen einer Veränderlichen

| | |
|--|-----|
| A. Differentiation von Funktionen | 209 |
| 1. Die erste Ableitung einer Funktion | 209 |
| 2. Das Rechnen mit Differentialen | 211 |
| 3. Differentiation einiger spezieller Funktionen | 212 |
| 4. Einige allgemeine Regeln für das Differenzieren | 214 |
| 5. Differentiation weiterer spezieller Funktionen | 218 |
| 6. Numerisches Differenzieren | 222 |
| 7. Höhere Ableitungen | 223 |
| 8. Mittelwertsatz der Differentialrechnung | 224 |

| | |
|--|------------|
| 9. Anwendungen des Differenzierens | 225 |
| a) Geschwindigkeit | 225 |
| b) Näherungsweise Berechnung von Funktionsänderungen | 227 |
| B. Integration von Funktionen | 228 |
| 1. Das bestimmte Integral | 228 |
| a) Begriff des bestimmten Integrals | 228 |
| b) Beispiele zur Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe der Summenformel | 231 |
| c) Einige Sätze über bestimmte Integrale | 234 |
| d) Integralabschätzung und Mittelwertsatz der Integralrechnung | 234 |
| 2. Das unbestimmte Integral | 237 |
| a) Definition der Stammfunktion | 237 |
| b) Definition des unbestimmten Integrals | 238 |
| 3. Berechnung des bestimmten Integrals mit Hilfe der Stammfunktion ... | 239 |
| 4. Verfahren zur Integration | 241 |
| a) Allgemeines | 241 |
| b) Zerlegung des Integrals in eine Summe von Integralen | 241 |
| c) Abspaltung eines konstanten Faktors | 241 |
| d) Substitution einer neuen Variablen | 242 |
| e) Partielle Integration | 244 |
| f) Rekursion | 245 |
| g) Partialbruchzerlegung | 245 |
| h) Definition von Funktionen durch Integrale | 248 |
| 5. Uneigentliche Integrale | 249 |
| 6. Anwendungen des Integrierens | 252 |
| a) Flächenberechnungen | 252 |
| b) Berechnung der Arbeit | 253 |
| c) Angenäherte Berechnung von Summen durch Integration | 255 |
| 7. Stieltjesches Integral und Lebesguesches Integral | 256 |
| C. Integration und Differentiation unendlicher Folgen und Reihen von Funktionen | 258 |
| D. Taylorsche Reihe | 261 |
| 1. Aufsuchen der Taylorsche Reihe | 261 |
| 2. Ableitung einer Formel zur Abschätzung des Restgliedes | 263 |
| 3. Beispiele für Reihenentwicklungen | 264 |
| E. Unbestimmte Ausdrücke; Ordnung von Null- und Unendlichkeitsstellen ... | 267 |
| 1. Die Ausdrücke $0/0$ und ∞/∞ | 267 |
| 2. Weitere unbestimmte Ausdrücke | 270 |
| 3. Ordnung von Nullstellen und Unendlichkeitsstellen | 271 |
| F. Kurvendiskussion; Maxima und Minima | 273 |
| 1. Charakteristische Kurvenpunkte | 273 |
| 2. Bestimmung von Nullstellen | 274 |
| 3. Bestimmung von Maxima und Minima | 275 |
| 4. Bestimmung von Wendepunkten und Sattelpunkten | 276 |
| 5. Durchführung der Kurvendiskussion | 277 |
| 6. Andere Extremwertaufgaben | 279 |

| | |
|---|-----|
| XI. Differential- und Integralrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher | |
| A. Differentiation | 281 |
| 1. Begriff der partiellen Ableitung | 281 |
| 2. Höhere Ableitungen; Satz von Schwarz | 283 |
| 3. Allgemeine Betrachtungen über die partiellen Ableitungen sowie über die Existenz einer Tangentialebene | 284 |
| 4. Das totale Differential | 286 |
| 5. Differentiation mittelbarer Funktionen | 288 |
| 6. Differentiation impliziter Funktionen | 290 |
| 7. Systeme von Funktionen und deren Umkehrung | 293 |
| a) Der Begriff der Funktionaldeterminante | 293 |
| b) Existenz und Differenzierbarkeit der Umkehrfunktion | 294 |
| 8. Schreibweise des partiellen Differentialquotienten in der Thermodynamik | 299 |
| B. Einfaches Integral über eine Funktion mehrerer Veränderlicher | 299 |
| 1. Eigenschaften des Integrals | 299 |
| 2. Differentiation des Integrals | 301 |
| 3. Integration des Integrals | 303 |
| 4. Besonderheiten bei uneigentlichen Integralen | 304 |
| 5. Anwendung der Ergebnisse zur Berechnung bestimmter Integrale | 306 |
| C. Bereichsintegrale | 306 |
| 1. Definition des zweidimensionalen Bereichsintegrals | 306 |
| 2. Berechnung des zweidimensionalen Bereichsintegrals | 307 |
| 3. Integrale über Bereiche von mehr als zwei Dimensionen | 311 |
| 4. Transformation der Variablen als Hilfe zur Integralberechnung | 312 |
| 5. Anwendungen | 315 |
| a) Berechnung von Volumina | 315 |
| b) Berechnung von Oberflächen | 319 |
| c) Berechnung des Integrals $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx$ | 320 |
| D. Kurvenintegrale | 322 |
| 1. Definition und Berechnung | 322 |
| 2. Wegunabhängigkeit des allgemeinen Kurvenintegrals | 326 |
| 3. Vollständiges und unvollständiges Differential | 330 |
| 4. Gaußscher Integralsatz und Greensche Integralformeln | 331 |
| E. Flächenintegrale | 334 |
| F. Mittelwertsatz und Taylorsche Reihe | 337 |
| G. Maxima und Minima | 338 |
| 1. Charakteristische Flächenpunkte | 338 |
| 2. Bestimmung von Maxima, Minima und Sattelpunkten | 340 |
| 3. Bestimmung von Maxima und Minima unter Nebenbedingungen | 342 |

XII. Vektoranalysis und Tensorrechnung

| | |
|--|-----|
| A. Vektoranalysis | 349 |
| 1. Vektorfelder und Skalarfelder | 349 |

| | |
|--|------------|
| 2. Der Gradient | 350 |
| 3. Konservative Vektorfelder | 353 |
| 4. Die Divergenz und der Satz von Gauß | 355 |
| 5. Die Rotation und der Satz von Stokes | 358 |
| 6. Nablaoperator und Laplaceoperator | 359 |
| 7. Einige Rechenregeln | 360 |
| 8. Krümmungslinige Koordinaten | 360 |
| B. Tensorrechnung | 363 |
| 1. Einfaches Beispiel für einen Tensor zweiter Stufe | 363 |
| 2. Allgemeine Definition des Tensors zweiter Stufe | 367 |
| 3. Tensorellipsoid | 367 |

XIII. Funktionentheorie

| | |
|---|------------|
| A. Aufgaben der Funktionentheorie | 371 |
| B. Definition und Darstellung von Funktionen einer komplexen Variablen | 371 |
| 1. Folgen und Reihen von komplexen Zahlen | 371 |
| 2. Definition von Funktionen | 372 |
| 3. Einige Rechenregeln für komplexe Zahlen | 376 |
| 4. Stetigkeit von Funktionen | 378 |
| 5. Mehrdeutige Funktionen; Riemannsche Fläche | 379 |
| C. Differentiation und Integration von Funktionen komplexer Variabler | 381 |
| 1. Differentiation; Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen | 381 |
| 2. Singuläre Stellen | 384 |
| 3. Integration | 384 |
| 4. Wegunabhängigkeit des Integrals | 386 |
| 5. Das Residuum | 388 |
| 6. Cauchysche Integralformel | 391 |
| D. Reihenentwicklungen von Funktionen einer komplexen Variablen | 393 |
| 1. Allgemeines über Reihen und Funktionen | 393 |
| 2. Taylorsche Reihe | 394 |
| 3. Laurent-Reihe | 396 |
| 4. Zur Berechnung des Residuums | 398 |
| E. Weitere funktionentheoretische Betrachtungen | 399 |
| 1. Der Identitätssatz für analytische Funktionen | 399 |
| 2. Analytische Fortsetzung | 400 |
| 3. Einteilung der Funktionen | 401 |

XIV. Reihenentwicklung nach orthonormierten Funktionensystemen; Integraltransformationen

| | |
|--|------------|
| A. Fourierreihen und Fourierintegrale | 405 |
| 1. Fourierreihe einer Funktion von einer Variablen in reeller Schreibweise | 405 |
| a) Angabe der Formeln und Beispiele | 405 |
| b) Beweis | 411 |

| | |
|--|-----|
| 2. Fourierreihe einer Funktion von einer Variablen in komplexer Schreibweise | 413 |
| 3. Fourierreihe einer Funktion von mehreren Variablen | 415 |
| 4. Fourierintegral | 416 |
| 5. Die Deltafunktion | 420 |
| B. Darstellung einer Funktion durch eine Reihe aus orthonormierten Funktionen | 422 |
| 1. Problemstellung; orthonormierte Funktionensysteme | 422 |
| 2. Reihenentwicklung | 424 |
| C. Darstellung einer Funktion durch ein Integral (Integraltransformation) | 428 |
| 1. Allgemeine Betrachtungen | 428 |
| 2. Fouriertransformation | 429 |
| 3. Laplacetransformation | 432 |
| D. Operatoren | 434 |
| E. Funktionen als Vektoren in unendlich-dimensionalen Räumen | 435 |
| 1. Deutung einer Funktion $f(x)$ als Vektor | 435 |
| 2. Transformation einer Funktion in verschiedene Räume. Hilbertraum .. | 437 |
| 3. Diagonalisierung von Abbildungsmatrizen bzw. Operatoren | 442 |
| 4. Vereinheitlichung der Schreibweise mit Hilfe von Diracschen bra- und ket-Symbolen | 444 |

XV. Differentialgleichungen

| | |
|---|-----|
| A. Allgemeine Definitionen und Beispiele | 449 |
| 1. Gewöhnliche Differentialgleichungen | 449 |
| 2. Systeme von gewöhnlichen Differentialgleichungen | 452 |
| 3. Partielle Differentialgleichungen | 452 |
| 4. Aufgaben der Theorie der Differentialgleichungen | 453 |
| B. Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung | 454 |
| 1. Aussagen über die Existenz und Eindeutigkeit der Lösungen | 454 |
| a) Gleichungen, die sich in eindeutiger Weise nach y' auflösen lassen .. | 454 |
| b) Gleichungen, die sich nicht eindeutig nach y' auflösen lassen | 457 |
| 2. Verfahren zur Lösung der linearen Differentialgleichungen | 459 |
| a) Allgemeine Betrachtungen | 459 |
| b) Lösung der homogenen Gleichung | 459 |
| c) Lösung der inhomogenen Gleichung | 461 |
| 3. Verfahren zur Lösung eines Systems von linearen Differentialgleichungen | 463 |
| a) Allgemeine Betrachtungen | 463 |
| b) Lösung homogener Systeme | 465 |
| α) Untersuchungen über die Lösungsmannigfaltigkeit S. 441; β) Auf- | 465 |
| suchen des allgemeinen Integrals S. 443 | 467 |
| c) Lösung inhomogener Systeme | 471 |
| 4. Verfahren zur Lösung nichtlinearer Differentialgleichungen | 472 |
| C. Gewöhnliche lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung | 474 |
| 1. Allgemeines über die Existenz und Mannigfaltigkeit der Lösungen | 474 |

| | |
|--|-----|
| 2. Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten | 476 |
| a) Allgemeines | 476 |
| b) Differentialgleichung der ungedämpften freien Schwingungen | 476 |
| α) Ansatz einer trigonometrischen Funktion S. 476; β) Ansatz einer reellen Exponentialfunktion S. 480; γ) Ansatz einer komplexen Funktion S. 481 | 481 |
| c) Differentialgleichung der gedämpften freien Schwingungen | 482 |
| d) Differentialgleichung erzwungener Schwingungen | 484 |
| 3. System von Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten | 487 |
| 4. Lineare Differentialgleichungen mit nichtkonstanten Koeffizienten | 492 |
| a) Allgemeines über das Lösen von Differentialgleichungen durch Reihen | 492 |
| b) Aufsuchen der Lösungen einiger spezieller Differentialgleichungen | 493 |
| α) Legendresche Differentialgleichung S. 466; β) Besselsche Differentialgleichung S. 468; γ) Einige weitere Differentialgleichungen S. 497 | 495 |
| D. Randwert- und Eigenwertprobleme | 498 |
| 1. Randwertaufgaben | 498 |
| 2. Eigenwerte und Eigenfunktionen | 501 |
| 3. Anwendung der Operatorschreibweise | 503 |
| E. Partielle Differentialgleichungen | 504 |
| 1. Allgemeines | 504 |
| 2. Aufsuchen der Lösung mit Hilfe des Bernoullischen Produktansatzes | 506 |
| a) Grundsätzliche Betrachtungen zum Lösungsverfahren | 506 |
| b) Eindimensionale Wellengleichung (Gleichung der schwingenden Saite) | 507 |
| α) Ableitung der partiellen Differentialgleichung S. 507; β) Aufsuchen einer speziellen Lösung bei vorgegebenen Anfangs- und Randbedingungen S. 508; γ) Allgemeine Betrachtungen über die Lösungen S. 511 | 514 |
| c) Die Gleichung der schwingenden Membran | 518 |
| d) Differentialgleichung der Diffusion und Wärmeleitung | 518 |
| α) Ableitung und Diskussion der Gleichung S. 490; β) Diffusion in einem Stab endlicher Länge S. 491; γ) Diffusion in einem unendlich langen Stab S. 493 | 521 |
| 3. Lösung mit Hilfe von Integraltransformationen | 523 |
| a) Allgemeines | 523 |
| b) Methode der Laplacetransformation | 524 |
| c) Methode der Fouriertransformation | 527 |
| 4. Lösung mit Hilfe der Greenschen Funktion | 529 |
| a) Allgemeines | 529 |
| b) Beispiel einer gewöhnlichen Differentialgleichung | 531 |
| c) Beispiel einer partiellen Differentialgleichung | 534 |
| XVI. Gruppentheorie | |
| A. Grundlagen | 539 |
| 1. Definition der Gruppe | 539 |
| 2. Konjugierte Elemente und Einteilung in Klassen | 542 |

| | |
|--|-----|
| B. Symmetriegruppen | 544 |
| 1. Symmetrieeoperationen | 544 |
| 2. Symmetriegruppen | 545 |
| C. Darstellungstheorie | 548 |
| 1. Grundlagen der Darstellung von Gruppen | 548 |
| 2. Zusammenhang zwischen verschiedenen Darstellungen | 549 |
| 3. Irreduzible Darstellungen | 551 |
| 4. Charaktertafeln | 553 |
| 5. Darstellung im Vektorraum der Normalkoordinaten | 554 |
| a) Allgemeine Betrachtungen | 554 |
| b) Anwendung auf Normalschwingungen | 557 |
| 6. Diagonalisierung von Matrizen. Symmetrische Koordinaten | 561 |

XVII. Wahrscheinlichkeitsrechnung

| | |
|---|-----|
| A. Einleitung | 567 |
| 1. Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung | 567 |
| 2. Einige Aussagen über zufällige Ereignisse; Ereignisraum | 568 |
| 3. Zufallsgrößen | 569 |
| B. Definition und Berechnung der Wahrscheinlichkeit im Falle diskreter Zufallsgrößen | 570 |
| 1. Statistische Definition der Wahrscheinlichkeit | 570 |
| 2. Wahrscheinlichkeit der Summe von Ereignissen | 572 |
| 3. Diskussion des Falles gleichwahrscheinlicher Elementarereignisse | 572 |
| 4. Bedingte Wahrscheinlichkeit | 574 |
| 5. Wahrscheinlichkeit des Produktes von Ereignissen | 576 |
| 6. Totale Wahrscheinlichkeit | 577 |
| 7. Formeln von Bayes | 578 |
| 8. Zur axiomatischen Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung | 578 |
| C. Definition und Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichte im Falle kontinuierlicher Zufallsgrößen | 580 |
| 1. Definition der Wahrscheinlichkeitsdichte | 580 |
| 2. Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe zweier Zufallsgrößen | 582 |
| D. Kette von n Versuchen | 584 |
| 1. Kette von voneinander unabhängigen Versuchen (Bernoulli-Schema) .. | 584 |
| a) Ableitung der exakten Gleichungen | 584 |
| b) Diskussion der Funktion $P_n(m)$ | 585 |
| c) Näherungsgesetze für große n | 587 |
| α) Formulierung und Diskussion der Grenzwertsätze S. 587; β) Beweis der Grenzwertsätze S. 590; γ) Beispiele und Anwendungen S. 592 | |
| d) Das Galtonsche Brett | 594 |
| e) Das Bernoullische Gesetz der großen Zahlen | 594 |
| 2. Markowsche Ketten | 595 |
| a) Definition der Markowschen Kette | 595 |

| | |
|--|-----|
| b) Übergangsmatrix nach m Versuchen | 597 |
| c) Grenzwert der Übergangsmatrix | 599 |
| E. Stochastische Prozesse | 600 |
| 1. Definition und Einteilung der stochastischen Prozesse | 600 |
| 2. Der Poisson-Prozeß | 601 |
| 3. Diskrete Markowprozesse | 603 |
| 4. Kontinuierliche Markowprozesse | 603 |
| F. Verteilungsfunktionen und Parameter einer Verteilung | 604 |
| 1. Definition der Verteilungsfunktion | 604 |
| 2. Die Parameter einer Verteilungsfunktion | 606 |
| a) Eindimensionale Zufallsgröße | 606 |
| b) Mehrdimensionale Zufallsgröße | 609 |
| G. Aufgaben der Statistik | 609 |

XVIII. Fehler- und Ausgleichsrechnung

| | |
|---|-----|
| A. Zufällige und systematische Fehler | 611 |
| B. Mittelwert und Fehler der Einzelmessungen | 611 |
| 1. Verteilung der Meßwerte und Mittelwert | 611 |
| 2. Mittlerer Fehler der Einzelmessungen | 613 |
| 3. Wahrscheinlicher Fehler der Einzelmessung | 614 |
| 4. Praktische Durchführung der Rechnungen | 615 |
| C. Fehlerfortpflanzung | 617 |
| 1. Fortpflanzung des Fehlers einer Einzelmessung sowie des maximalen Fehlers | 617 |
| 2. Fortpflanzung des mittleren Fehlers | 619 |
| 3. Mittlerer Fehler des Mittelwertes | 621 |
| D. Ausgleichsrechnung bei zwei voneinander abhängigen Meßgrößen | 622 |
| Antworten und Lösungen | 625 |
| Weiterführende Literatur | 653 |
| Register | 655 |