

Inhalt

1	Vorbereitung, Zahlen	1
1.1	<i>Vorbereitung</i>	1
1.1.1	Mengen	1
1.1.2	Die Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen	2
1.1.3	Abbildungen	7
1.1.4	Relationen	8
1.1.5	Ungleichungen	9
1.1.6	Beweismethoden	10
1.2	<i>Reelle Zahlen</i>	14
1.2.1	Natürliche (positive ganze) Zahlen	14
1.2.2	Negative ganze Zahlen, Null	15
1.2.3	Rationale Zahlen	17
1.2.4	Reelle Zahlen	20
1.2.5	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	28
1.3	<i>Die Topologie der Menge \mathbb{R}</i>	30
1.3.1	Einige topologische Grundbegriffe	30
1.3.2	Topologische Eigenschaften der Menge \mathbb{R}	35
1.4	<i>Folgen und Reihen</i>	37
1.4.1	Folgen reeller Zahlen	38
1.4.2	Unendliche Reihen	42
1.5	<i>Komplexe Zahlen</i>	48
2	Vektorräume endlicher Dimension	51
2.1	<i>Vektoren im \mathbb{R}^3</i>	51
2.2	<i>Vektorräume endlicher Dimension</i>	59
2.3	<i>Lineare Abbildungen</i>	71
2.4	<i>Matrizen, Determinanten, Lineare Gleichungssysteme</i>	85
2.4.1	Matrizen	85
2.4.2	Determinanten	96
2.4.3	Lineare Gleichungssysteme	107
3	Analysis einer reellen Veränderlichen	116
3.1	<i>Funktionen. Stetigkeit. Funktionen-, insbesondere Potenzreihen</i>	116
3.1.1	Funktionen	116
3.1.2	Stetigkeit	120
3.1.3	Potenzreihen	130
3.2	<i>Differentiation</i>	141
3.2.1	Die Ableitung von Funktionen	141
3.2.2	Differentiation von Funktionen-, speziell Potenzreihen	152
3.2.3	Ableitungen höherer Ordnung. Taylorreihen	154
3.3	<i>Integration</i>	163
3.3.1	Definition des bestimmten Riemann-Integrals	163

3.3.2	Das Lebesgue-Integral	168
3.3.3	Eigenschaften des bestimmten Riemann-Integrals	171
3.3.4	Das unbestimmte Riemann-Integral. Der Hauptsatz der Integralrechnung	174
3.3.5	Spezielle Integrationsmethoden	179
3.3.6	Uneigentliche Integrale	184
4	Analysis mehrerer reellen Veränderlicher. Vektoranalysis	189
4.1	<i>Topologie des \mathbb{R}^n $n > 1$</i>	189
4.2	$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ $n > 1$	192
4.2.1	Stetigkeit	193
4.2.2	Partielle Ableitungen	195
4.2.3	Extremwerte	209
4.2.4	Integration	215
4.3	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ $n > 1$	225
4.3.1	Kurven	225
4.3.2	Kurvenintegrale (Linienintegrale)	227
4.3.3	Vektorfunktionen	237
4.4	$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ $n > 1$	241
4.4.1	Gebietstransformationen. Funktionaldeterminante	241
4.4.2	Vektorfelder. Gradient, Divergenz, Rotation	248
4.4.3	Krummlinige orthogonale Koordinaten	257
4.4.4	Integralsätze	268
5	Euklidische und unitäre Räume	289
5.1	<i>Vektorräume mit Skalarprodukt</i>	289
5.1.1	Funktionenräume	289
5.1.2	Skalarprodukt	293
5.1.3	Orthogonale Polynomsysteme	299
5.2	<i>Approximation in euklidischen (unitären) Räumen</i>	302
5.2.1	Vollständige Funktionensysteme	302
5.2.2	Distributionen. Diracsche δ -Funktion	310
5.2.3	Vollständigkeit der orthogonalen Polynomsysteme	319
5.3	<i>Fourierreihen. Fourierintegral</i>	324
5.3.1	Fourierreihen	324
5.3.2	Fourierintegral	334
5.4	<i>Lineare Operatoren in euklidischen (unitären) Räumen</i>	341
5.4.1	Symmetrische (hermitesche) Matrizen	342
5.4.2	Orthogonale (unitäre) Transformationen	347
5.4.3	Tensoren	355
5.4.4	Eigenwerte. Eigenvektoren. Diagonalisierung	365
	Zitate	381
	Register	383